EXERCICE 1

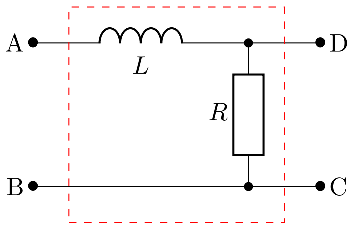
Un considère une bobine d'inductance L, de résistance R en parallèle avec un condensateur de capacité C, on admet que l'impédance complexe du circuit suit la relation :

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jL\omega} + \frac{1}{\frac{1}{jC\omega}}$$

En notant : $\omega_1 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$, $\omega_2 = \dfrac{1}{RC}$ et $\tau = \dfrac{L}{R}$, montrer que : $Z = R \times \dfrac{1 + j\tau\omega}{1 - \left(\dfrac{\omega}{\omega_1}\right)^2 + j\dfrac{\omega}{\omega_2}}$

EXERCICE 2

Un filtre nommé F est représenté sur le schéma ci-contre.



On suppose que la fonction de transfert H du filtre F vérifie, pour tout réel $\omega > 0$: $H(j\omega) = \dfrac{R}{R + j\mathrm{L}\omega}$.

On pose $\omega_0 = \frac{R}{L}$.

Partie A On note pour tout réel positif ω : $G(\omega) = 20 \log |H(\mathrm{j}\omega)|$.

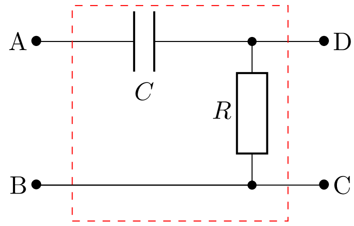
1. **Expression de la fonction G.**
   (a) Calculer le module $|H(\mathrm{j}\omega)|$.
   (b) En déduire que : $G(\omega) = -\dfrac{10}{\ln(10)} \times \ln\left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)$.
2. **Étude de la fonction G.**
   (a) Montrer que la fonction G est décroissante sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   (b) Déterminer $G(0)$, $G(\omega_0)$ et $\lim\limits_{\omega \to +\infty} G(\omega)$.
   (c) Dresser le tableau de variations complet de la fonction G sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

Partie B On note φ l'argument principal de $H(\mathrm{j}\omega)$.

1. **Expression de la fonction φ.**
   Montrer que $\varphi(\omega) = -\arctan \dfrac{\omega}{\omega_0}$.
2. **Étude de la fonction G**
   (a) Montrer que la fonction φ est décroissante sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   (b) Déterminer $\varphi(0)$, $\varphi(\omega_0)$ et $\lim\limits_{\omega \to +\infty} \varphi(\omega)$.
   (c) Dresser le tableau de variations complet de la fonction φ sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

EXERCICE 3

Un filtre nommé F est représenté sur le schéma ci-contre.



On suppose que la fonction de transfert H du filtre F vérifie, pour tout réel $\omega > 0$: $H(j\omega) = \dfrac{\frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}}$.

On pose $\omega_0 = \frac{1}{RC}$.

Partie A On note pour tout réel positif ω : $G(\omega) = 20\log|H(\mathrm{j}\omega)|$.

1. **Expression de la fonction G.**
   (a) Montrer que $H(j\omega) = \dfrac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$.
   (b) Calculer le module $|H(\mathrm{j}\omega)|$.
   (c) En déduire que : $G(\omega) = -\dfrac{10}{\ln(10)} \times \ln\left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)$.
2. **Étude de la fonction G.**
   (a) Montrer que la fonction G est décroissante sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   (b) Déterminer $G(0)$, $G(\omega_0)$ et $\lim\limits_{\omega \to +\infty} G(\omega)$.
   (c) Dresser le tableau de variations complet de la fonction G sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

Partie B On note φ l'argument principal de $H(\mathrm{j}\omega)$.

1. **Expression de la fonction φ.**
   Montrer que $\varphi(\omega) = -\arctan\dfrac{\omega}{\omega_0}$.
2. **Étude de la fonction G**
   (a) Montrer que la fonction φ est décroissante sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   (b) Déterminer $\varphi(0)$, $\varphi(\omega_0)$ et $\lim\limits_{\omega \to +\infty} \varphi(\omega)$.
   (c) Dresser le tableau de variations complet de la fonction φ sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.