

EXERCICE 1 Équations du second degré

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 2x^2 - 4x - 6$$

1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation :

$$2x^2 - 4x - 6 = 0$$

2. Factoriser le polynôme $f(x)$.
3. Étudier le signe de $f(x)$ sur \mathbb{R} .
4. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole associée à f .
5. Résoudre l'inéquation :

$$2x^2 - 4x - 6 \leq 0$$

EXERCICE 2 Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = (x - 1)e^{-x}$$

1. Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque $x \rightarrow +\infty$ puis lorsque $x \rightarrow -\infty$.
2. Calculer la dérivée $f'(x)$ et montrer que :

$$f'(x) = (2 - x)e^{-x}$$

3. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de f .
 4. Déterminer les coordonnées du maximum de f .
 5. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation :
- $$f(x) = 0$$
6. Étudier le signe de $f(x)$ sur \mathbb{R} .
 7. Tracer l'allure de la courbe représentative de f .

EXERCICE 3 Étude d'une fonction logarithmique

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x - 2\ln(x)$$

1. Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque $x \rightarrow 0^+$ puis lorsque $x \rightarrow +\infty$.
2. Calculer la dérivée $f'(x)$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de f .
4. Déterminer le minimum de f sur $]0; +\infty[$.

5. Résoudre dans $]0; +\infty[$ l'équation :

$$f(x) = 0$$

6. Étudier le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x .

7. Tracer l'allure de la courbe représentative de f .

EXERCICE 4 Équation différentielle et étude de fonction

On considère l'équation différentielle :

$$(E) : y'(x) + 2y(x) = e^{-x}$$

1. Résoudre l'équation différentielle homogène associée :

$$y'(x) + 2y(x) = 0$$

2. Déterminer une solution particulière de (E) .

3. En déduire l'ensemble des solutions de (E) .

4. Déterminer la solution f de (E) vérifiant la condition initiale :

$$f(0) = 1$$

5. Étudier les variations de la fonction f sur \mathbb{R} .

6. Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque $x \rightarrow +\infty$.

7. Résoudre l'équation :

$$f(x) = 0$$

EXERCICE 5 Équation différentielle d'ordre 2 et étude de fonction

On considère l'équation différentielle :

$$(E) : y''(x) - 3y'(x) + 2y(x) = 4$$

1. Résoudre l'équation différentielle homogène associée :

$$y''(x) - 3y'(x) + 2y(x) = 0$$

2. Déterminer une solution particulière constante de (E) .

3. En déduire l'ensemble des solutions de (E) .

4. Déterminer la solution f de (E) vérifiant les conditions initiales :

$$f(0) = 1 \quad \text{et} \quad f'(0) = 0$$

5. Étudier les variations de la fonction f sur \mathbb{R} .

6. Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque $x \rightarrow +\infty$.

7. Résoudre l'équation :

$$f(x) = 2$$