EXERCICE 1 Calculer un argument des complexes suivants :

$$z_1 = \frac{1+i}{\sqrt{3}-i} \qquad\qquad z_2 = \frac{-1-i}{\sqrt{2}}$$

EXERCICE 2 Résoudre les équations suivantes : :

$$2z^2 + 3z = -4 \qquad\qquad z^3 + 3z^2 + 9z - 13 = 0$$

EXERCICE 3 Déterminer l'ensemble de points M d'affixes z tels que :

a) $|z-3| = 2$

b) $|z-2| = |z-i|$

c) $\mathrm{Re}(z) = 3$

d) $\mathrm{Im}(z) = 2$

e) $\arg(z) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

f) $\arg(z-i) = \frac{\pi}{4}$

EXERCICE 4 On considère un filtre régi par la fonction de transfert suivante : $$H(\omega) = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}}$$
où ω, R et C sont des réels strictement positifs

et j est le complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

On note $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ et $x = \frac{\omega}{\omega_0}$.

Partie A

1. Montrer que $H(\omega) = \dfrac{1}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}}$

2. Donner, en détaillant, la forme algébrique de $H(\omega_0)$

Partie B

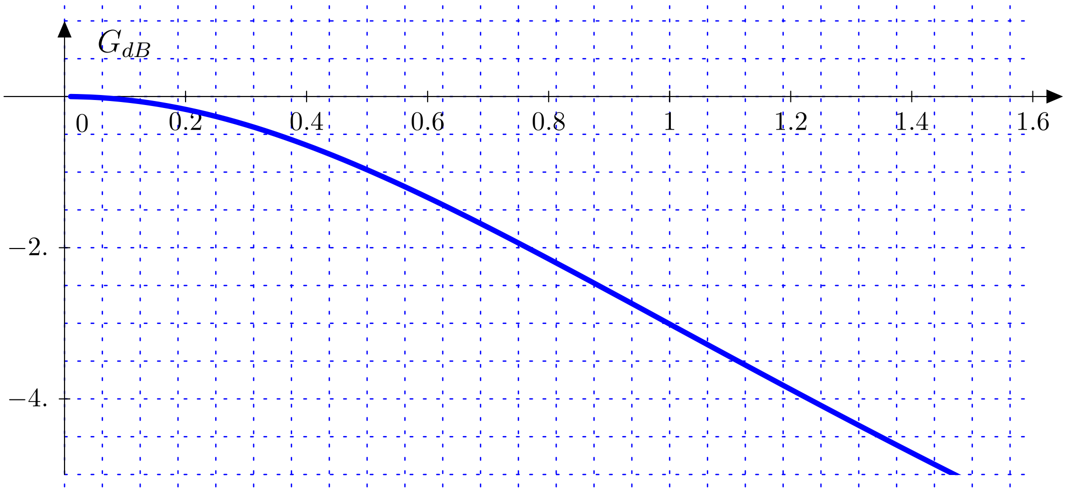
Le gain du circuit est donné par $G_{dB}(x) = 20 \log \left| H(\omega) \right|$.

1. Montrer que $G_{dB}(x) = -\dfrac{10}{\ln(10)} \ln\left(1 + x^2\right)$

2. Calculer $G'_{dB}(x)$ et en déduire les variations de G_{dB} sur $]0; +\infty[$

3. Quelle est la limite de G_{dB} lorsque x tend vers 0_+ ?

4. Un grapheur fournit la courbe suivante pour des petites valeurs de x



a. Déterminer une valeur approchée à 10^{-1} près de la solution de l'équation $G_{dB}(x) = -3$

b. On appelle ici bande passante l'ensemble des pulsations pour lesquelles $G_{dB}(x) > -3$. Déterminer la bande passante en ω de ce circuit électrique.

EXERCICE 5 On considère la fonction h définie et dérivable sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$h(t) = 6\mathrm{e}^{-0{,}1t} - 3\mathrm{e}^{-0{,}2t} + 5.$$

On note C la courbe représentative de h dans un repère orthogonal et on appelle D la droite d'équation $y = 5$.

1. Justifier que $\lim\limits_{t\to+\infty} h(t) = 5$, en donner une interprétation graphique.

2. Déterminer une expression de $h'(t)$.

3. Un logiciel de calcul formel fournit le résultat suivant, qui est admis : l'ensemble des solutions de l'inéquation $h'(t) \leqslant 0$ est l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

▷ **Calcul formel**	
1	$h(t)$:=6∗exp(−0.1∗t)− 3∗exp(−0.2t) + 5
●	$\to h(t) := -3\mathrm{e}^{-\frac{1}{5}t} + 6\mathrm{e}^{-\frac{1}{10}t} + 5$
2	Résoudre[Dérivée[$h(t)$,t] $\leqslant$ 0,t]
○	$\to \{t \geqslant 0\}$

Dresser le tableau de variation de la fonction h sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.