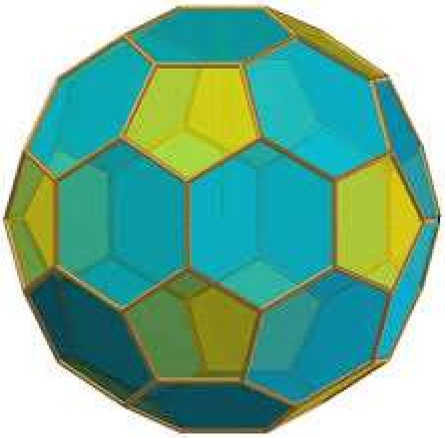
Préparer l'année de 2^{nde}

Livret de mathématiques



“En mathématique, c'est comme dans un roman policier ou un épisode de Columbo : le raisonnement par lequel le détective confond l'assassin est au moins aussi important que la solution du mystère elle-même.”

Cédric Villani
Médaille Field 2010

Ce livret a été conçu pour vous, élèves de troisième qui allez intégrer la classe de seconde à la rentrée de septembre. Il s'agit de fiches reprenant une partie des notions étudiées en 3ème, à traiter avec sérieux pour aborder l'année de 2nde en mathématique dans les meilleures conditions.

C'est aussi un outil à conserver et consulter régulièrement car vous y trouverez les acquis indispensables pour assimiler le programme de 2nde.

Quelques conseils d'organisation :

•✔ Échelonner votre travail sur plusieurs semaines : ne pas commencer la veille de la rentrée.

✔• S'assurer que l'on maîtrise le rappel de cours avant de faire les exercices en s'interrogeant au brouillon sur ce que l'on sait concernant le sujet abordé.

✔• Faire attention au soin et à la rédaction : travaillez avec rigueur.

•✔ Si vous ne réussissez pas à faire un exercice, n'abandonnez pas et allez rouvrir vos cahiers de 3ème pour y retrouver un exercice du même type.

• Les exercices avec * demandent un peu plus de recherche.

C’est en bloquant, en se trompant, en se rendant compte de ses erreurs et en les corrigeant que l’on progresse en mathématiques. En effet, buter sur un problème est la meilleure façon de voir ce qu'il vous a manqué pour arriver au résultat.

Contempler la solution d'un exercice qu'on n'a pas cherché ne fait pas progresser.

Rappel 1

Calculs fractionnaires

• Pour additionner et soustraire deux fractions, on doit d'abord les réduire au même dénominateur. On applique ensuite la règle suivante :

$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ et $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$

• Pour multiplier deux fractions, on décompose d'abord chacun des numérateurs et dénominateurs en produit de facteurs premiers. Cela permet de simplifier les calculs avant d'appliquer la règle suivante :

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

• Pour diviser par une fraction, on multiplie par son inverse. Ce qui s'écrit comme cela :

$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

Rappel : l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$

l'inverse de a est $\frac{1}{a}$

Exercice 1 : Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$A = \frac{-5}{7} + \frac{4}{21}$	$B = \frac{5}{12} - \frac{3}{8}$	$C = \frac{2}{3} \times \frac{1}{8}$	$D = \frac{-7}{9} \div \frac{6}{-14}$	$E = \frac{2}{15} + \frac{18}{5} \times \frac{35}{4}$

*__Exercice 2__ :

Pierre, Jules et Thomas se partagent la fortune de leur père.

Pierre reçoit le tiers de cette fortune, Jules les deux cinquièmes et Thomas hérite du reste.

Quelle fraction de la fortune de son père reçoit Thomas ?

Rappel 2

Calculs Littéral

- Développer un produit signifie le transformer en une somme.
- Factoriser une somme signifie la transformer en un produit.
- Pour développer, on distribue la multiplication sur l'addition et la soustraction :
  - Développement simple : $k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$
  - Développement double : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$
- Pour factoriser, deux méthodes :
  - on repère des facteurs communs (en s'aidant des tables de multiplication notamment ou en remarquant des blocs parenthèses identiques).
  - On utilise l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Exercice 1 : Parmi les expressions suivantes, souligner en bleu les sommes et en vert les produits :

$x+3\times5$; $5x+7$; $4(3x + 6)$; $(6x + 4)\times5$; $(4x - 5) - (7x + 3)$; $(x + 6)^2$

Exercice 2 : Parmi les expressions littérales proposées, trouver dans chaque cas celle qui convient et la recopier dans le tableau:

❶ $\frac{2+x}{2}$; ❷ x^2 ; ❸ $2+\frac{x}{2}$; ❹ $2 + x$; ❺ $2x$; ❻ $2x + 3$; ❼ $x + 3\times2$; ❽ $2(x + 3)$

	Expression choisie
La somme de 2 et de x	
Le double de x	
Le carré de x	
La somme de 2 et de la moitié de x	
La moitié de la somme de 2 et de x	
La somme de x et du produit de 3 par 2	
Le produit de 2 par la somme de x et de 3	
La somme du produit de 2 par x et de 3	

Exercice 3 : Développer et réduire les expressions suivantes.

$A(x) = (2x - 3)(5x - 4)$ $B(x) = 2x(5x - 3) - 7$

*$C(x) = 3x - (x - 1) - (x + 7)(x + 3)$ $D(x) = (x + 5)^2$

$E(x) = (6 + 7x)(6 - 7x)$ $F(x) = (4x - 1)^2$

Exercice 4 : Factoriser les expressions suivantes.

$A(x) = x^2 + 2x$ $B(x) = 7x(x - 4) + (x - 4)^2$ $C(x) = 9x^2 - 12x$

*$D(x) = (x + 1)(2x + 5) - (x + 1)(3x - 4)$ $E(x) = 16x^2 - 1$

*$F(x) = 25 - (2x - 1)^2$ *$G(x) = (2 - x)(3x + 1) + (3x + 1)$

***Exercice 5 :** Effectuer sans la calculatrice et astucieusement les calculs suivants (rédiger les intermédiaires) :

$A = 48 \times 99$ $B = 57 \times 101$ *$C = 101^2$

Rappel 3

Puissances

- Définition d'une puissance avec exposant positif :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

- Définition d'une puissance avec exposant négatif :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

- $a^0 = 1$ sauf pour $a = 0$, dans ce cas $0^n = 0$.

- $a^{-1} = \dfrac{1}{a}$

- Cas des puissances de dix : $10^n = \underbrace{1000\ldots0}_{n \text{ zéros}}$ et $10^{-n} = \underbrace{0{,}00\ldots01}_{n \text{ zéros}}$

- $a^n \times a^m = a^{n+m}$; $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$; $(a^n)^m = a^{n \times m}$

- L'écriture scientifique d'un nombre est de la forme $a \times 10^n$ où a est un nombre décimal qui ne doit avoir qu'un seul chiffre avant la virgule (mais pas zéro).

Exercice 1 : Compléter le tableau suivant.

x	10^7	10^{-5}	$\dfrac{1}{10^4}$	$10^{-15} \times 10^{11}$	$\dfrac{10^{16}}{10^9}$	$(10^2)^3$
Écriture décimale de x						

Exercice 2 : Donner l'écriture scientifique des nombres suivants.

A = 3 789 000 B = 0,000 000 037

Exercice 3 : Compléter ce tableau par l'écriture scientifique de chacune des distances données en km.

Planète	Saturne	Mars	Uranus	Terre
Distance moyenne du soleil	$14,3 \times 10^8$	228×10^6	2 880 000 000	$1,49 \times 10^8$
Distance moyenne du soleil en écriture scientifique				

Planète	Neptune	Vénus	Jupiter	Mercure
Distance moyenne du soleil	$45\,000 \times 10^5$	11×10^7	778×10^6	$0,58 \times 10^8$
Distance moyenne du soleil en écriture scientifique				

*__Exercice 4 :__ La masse d'un atome de carbone est égale à $1,99 \times 10^{-26}$ kg.

Les chimistes considèrent des paquets (appelés moles) contenant $6,022 \times 10^{23}$ atomes.

a) Calculer la masse en grammes d'un tel paquet d'atomes de carbone.

b) Donner une valeur arrondie de cette masse à un gramme près.

*__Exercice 5 :__ La vitesse de la lumière est d'environ 3×10^8 m/s. La distance Soleil-Pluton est de 5 900 Gm. Calculer le temps en heures mis par la lumière pour aller du Soleil à Pluton.

Rappel : 1Gm = 1 Giga mètre = 10^9 m

Rappel 4

Équations

• Résoudre une équation, c'est trouver toutes les valeurs possibles que l'on peut donner à l'inconnue pour que l'égalité soit vérifiée.

• Équations du premier degré : On regroupe les termes inconnus dans le membre de gauche, puis les termes constants dans le membre de droite, et enfin on divise par le coefficient de l'inconnue.

$$\begin{array}{lcr} & 6x - 5 = 2 & \\ +5 & & +5 \\ & 6x = 7 & \\ \div 6 & & \div 6 \\ & x = \dfrac{7}{6} & \end{array}$$

La solution est $\frac{7}{6}$.

$$\begin{array}{lcr} & 5x + 2 = 3x - 4 & \\ -3x & & -3x \\ & 2x + 2 = -4 & \\ -2 & & -2 \\ & 2x = -6 & \\ \div 2 & & \div 2 \\ & x = -3 & \end{array}$$

La solution est -3.

• Équation-produit : Un produit de facteurs est nul si l'un de ses facteurs est nul.

$(3x - 2)(-x + 7) = 0$

On sait qu'un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul.

Donc : $3x - 2 = 0$ **ou** $-x + 7 = 0$

$3x = 2$ **ou** $-x = -7$

$x = \frac{2}{3}$ **ou** $x = 7$

L'équation admet deux solutions $\frac{2}{3}$ et 7.

$(2 - 3x)(x - 4) - (x - 4)(5 + 2x) = 0$

On factorise :

$(x - 4)((2 - 3x) - (5 + 2x)) = 0$

$(x - 4)(2 - 3x - 5 - 2x) = 0$

$(x - 4)(-5x - 3) = 0$

On sait qu'un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul.

Donc : $x - 4 = 0$ **ou** $-5x - 3 = 0$

$x = 4$ **ou** $-5x = 3$

$x = \frac{-3}{5}$

L'équation admet deux solutions 4 et $\frac{-3}{5}$

Exercice 1 : Résoudre les équations suivantes.

E_1 : $3x - 1 = -13$ E_2 : $-2x + 5 = 8$ E_3 : $5x = 0$

E_4 : $4 - x = 7$ E_5 : $11x - 3 = 2x + 9$ E_6 : $\dfrac{x}{7} = \dfrac{-7}{4}$

$E_7 = (-2x - 5)(3x + 2) = 0$

***Exercice 2 :** À un semi-marathon, les organisateurs décident de donner une somme d'argent aux trois premiers. Ils se mettent d'accord pour attribuer $\dfrac{3}{5}$ de la somme totale au vainqueur, $\dfrac{1}{3}$ au second et 200 € au troisième.

Quelle est la somme totale qu'ils décident de distribuer ?

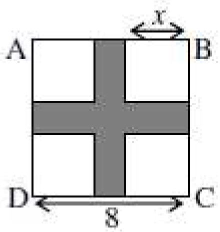
Exercice 3 : On donne le programme de calcul suivant.

• Choisir un nombre • Ajouter 3 • Calculer le carré du résultat • Soustraire 9	**1.** Montrer que, si on choisit le nombre 4, le résultat obtenu est 40. **2.** Exprimer, en fonction du nombre x de départ, le résultat obtenu avec ce programme de calcul. En développant et en réduisant cette expression, montrer que le résulat du programme est $x^2 + 6x$. **3.** Quels nombres peut-on choisir pour que le résultat obtenu soit 0 ? Justifier.

Exercice 4 : On considère l'équation (E) : $(x + 3)(2x - 5) = 5x - 15$

1. Le nombre -1 est-il solution de (E) ?
2. Justifier que 2 est solution de (E).
3. *Prouver qu'il existe un autre nombre solution de (E).

Exercice 5 : L'unité de longueur est le cm et l'unité d'aire le cm².



On considère un carré ABCD de côté 8.

On enlève, comme indiqué sur la figure, quatre petits carrés superposables de côté x ($0 < x < 4$). On obtient ainsi une croix coloriée en gris. On appelle $A(x)$ son aire.

	A	B
1	x	f(x) = 64-4x²
2	0	
3	0,5	
4	1	
5	1,5	
6	2	
7	2,5	
8	3	
9	3,5	
10	4	

1. Montrer que $A(x) = 64 - 4x^2$.
2. Voici une copie de la feuille de calcul réalisée sur tableur. Quelle formule doit-on saisir en B2 ?
3. En étirant la formule vers le bas, pour quelle valeur de x l'aire de la croix grise vaut 15 cm² ?

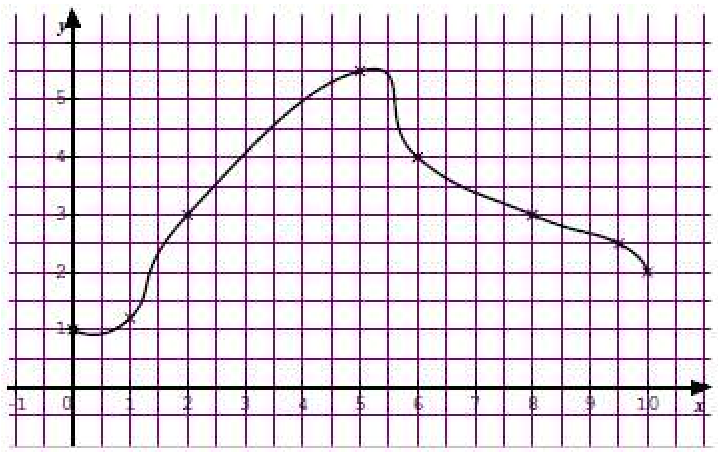
Rappel 5

Fonctions - Généralités

• Une **fonction** est un processus qui, à chaque valeur du nombre x, associe un unique nombre y, noté $f(x)$, appelé l'**image de x par f**. On écrit $f : x \mapsto f(x)$.

On dit que x est **un antécédent** de y par f lorsque $y = f(x)$.

La **représentation graphique de f** est l'ensemble de tous les points de coordonnées (x ; $f(x)$).



<u>Exemple 1 :</u> le graphique ci-contre définit une fonction f, qui, à chaque nombre x compris entre 0 et 10, associe le nombre $f(x)$ sur l'axe des ordonnées.
Ainsi $f(2) = 3$, $f(10) = 2$, $f(9{,}5) \approx 2{,}5$.
Les antécédents de 3 par f sont 2 et 8.
1,5 n'a qu'un seul antécédent par f et 6 n'a pas d'antécédent par f.

<u>Exemple 2 :</u> $g : x \mapsto x(2 - x)$. On peut calculer précisément les valeurs des images voulues.
Ainsi $g(2) = 0$, $g(-50) = -2600$. (On a remplacé x par 2 d'abord dans $x(2 - x)$ puis ensuite par – 50).
Les antécédents de 0 par g sont 0 et 2. (On a résolu l'équation-produit $x(2 - x) = 0$)

<u>Exemple 3 :</u> Le tableau de valeurs ci-dessous définit une fonction h.

x	−1	3	3,5	0	7	−2
$h(x)$	0	2	−2	2	−5,5	− 1

Ainsi $h(-1) = 0$, $h(7) = -5{,}5$.
Les antécédents de 2 par h sont 3 et 0.

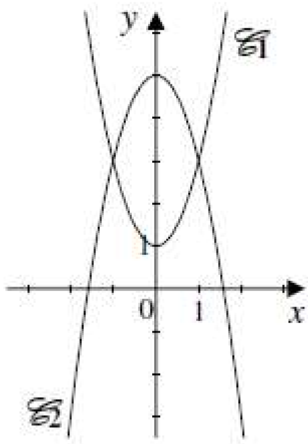
Exercice 1 : On considère une fonction f telle que $f(2) = 5$.

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

Répondre en barrant les mauvaises réponses parmi "VRAI", "FAUX" et "On ne peut rien dire.

1.	L'image de 5 par la fonction f est 2.	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
2.	L'image de 2 par la fonction f est 5.	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
3.	Un antécédent de 5 par la fonction f est 2.	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
4.	Un antécédent de 2 par la fonction f est 5.	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
5.	Un nombre dont l'image est 5 par la fonction f est 2.	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
6.	2 a pour image 5 par la fonction f.	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
7.	Un nombre dont l'image est 7 par la fonction f est 2.	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
8.	5 a pour antécédent 2 par la fonction f.	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
9.	2 a pour antécédent 5 par la fonction f.	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
10.	2 a pour image 7 par la fonction f.	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
11.	5 a pour image 2 par la fonction f.	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
12.	Le point de coordonnées (2 ; 5) appartient à $\mathscr{C}$.	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
13.	Le point de coordonnées (5 ; 2) appartient à $\mathscr{C}$.	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire

Exercice 2 : Sur le graphique ci-contre la courbe $\mathscr{C}_1$ représente une fonction f et la courbe $\mathscr{C}_2$ représente une fonction g. Répondre aux questions par lecture graphique (avec la précision permise par le tracé).

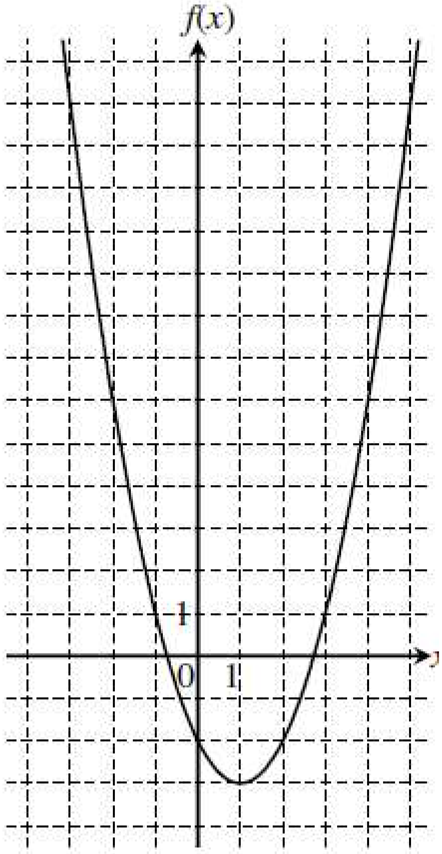


1. Quelle est l'image de 2 par la fonction g ?
2. Quels sont les antécédents de 4 par la fonction g ?
3. Pour quelles valeurs de x a-t-on $f(x) = g(x)$? Quelle est alors l'image de ces valeurs par f et g ?

Exercice 3 : On considère les fonctions f et g définies par $f(x) = 2x - 4$ et $g(x) = 4x^2$

1. Déterminer l'image de -3 par la fonction f.
2. Déterminer l'antécédent de 24 par la fonction f.
3. Déterminer l'image de 3 par la fonction g.
4. Déterminer le (ou les) antécédent(s) de 8 par la fonction g.

Exercice 4 : Le graphique ci-contre représente la fonction f définie par $f(x) = (x - 1)^2 - 3$.



<u>Résolution par lecture graphique</u>

1. Quelles sont les images des nombres 1 et – 2 par f ?
2. Quels sont les antécédents par f du nombre – 2 ?
3. Le nombre – 3 admet-il des antécédents ? (expliquer).

*<u>Résolution par le calcul</u>

1. Calculer l'image par f de 0 et de 2. Quel résultat trouve-t-on ?
2. **a)** Montrer que rechercher les antécédents par f de 13 revient à résoudre l'équation $(x - 1)^2 - 16 = 0$.

   b) Montrer que, pour tout nombre x, on a :

   $(x - 1)^2 - 16 = (x - 5)(x + 3)$.

   c) En déduire les antécédents de 13 par f.

Exercice 5 : On considère une fonction f et on note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative. Compléter le tableau suivant.

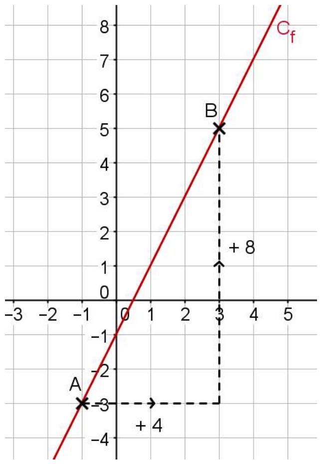
Égalité	Description : image ou antécédent	Point appartenant à $\mathscr{C}$
$f(-2) = -1$	… est l'image de … par f	(… ; …) ∈ $\mathscr{C}$
$f(\ldots) = \ldots$	… est l'image de … par f	(5 ; 7) ∈ $\mathscr{C}$
$f(\ldots) = \ldots$	4 est un antécédent de – 10 par f	(… ; …) ∈ $\mathscr{C}$
$f(\ldots) = \ldots$	… est un antécédent de … par f	(– 3 ; 2) ∈ $\mathscr{C}$

Rappel 6

Fonctions affines

• Une **fonction affine** est une fonction est une fonction de la forme $f(x) = ax + b$.
Par exemple :
$f : x \mapsto 2x - 1$ est une fonction affine car elle est de la forme $f(x) = ax + b$ avec $a = 2$ et $b = -1$.

• La représentation graphique d'une fonction affine est une **droite**. Le nombre a est appelé le **coefficient directeur (ou pente)** de la droite.
Le nombre b est appelé l'**ordonnée à l'origine** de la droite.
Par exemple :
Sur la représentation graphique ci-contre, on choisit deux points A et B sur la courbe. En se déplaçant de A vers B, on se dirige de + 4 à l'horizontal et de + 8 à la verticale.



La pente se calcule ainsi : $\dfrac{\text{Déplacement vertical}}{\text{Déplacement horizontal}} = \dfrac{+8}{+4} = 2$

De plus l'ordonnée à l'origine se trouve à l'intersection de C_f et de l'axe des ordonnées : ici − 1.

On résume : $a = 2$ et $b = -1$. Donc cette représentation graphique est celle de la fonction $f(x) = 2x - 1$.

• Une fonction **linéaire** est de la forme $f(x) = ax$.
Par exemple :
$f : x \mapsto \dfrac{-1}{3}x$ est une fonction linéaire car elle est de la forme $f(x) = ax$ avec $a = \dfrac{-1}{3}$

• La représentation graphique d'une fonction linéaire est une **droite qui passe par l'origine du repère**.

• Les fonctions linéaires modélisent des **situations de proportionnalité**.

• Pourcentage et fonctions linéaires

	Prendre 5% de x, c'est multiplier x par 0,05.	Augmenter x de 5% c'est multiplier x par 1,05.	Diminuer x de 5% c'est multiplier x par 0,95.
Expression littérale	5% de x = $0{,}05x$	x + 5% de x $(1 + 0{,}05)x = 1{,}05x$	x − 5% de x $= (1 - 0{,}05)x = 0{,}95x$
Fonction linéaire	$x \mapsto 0{,}05x$	$x \mapsto 1{,}05x$	$x \mapsto 0{,}95x$

Exercice 1 : Parmi ces fonctions, détermine

$f : x \mapsto 4x - 3$ $g : x \mapsto 5 - 2x$ $h : x \mapsto 3x^2 + 5$

$i : x \mapsto 4{,}5x$ $j : x \mapsto -4$ $k : x \mapsto \dfrac{1}{x}$

a) Celles qui sont affines ; **b)** Celles qui sont linéaires ; **c)** Celles qui sont constantes ; **d)** Celles qui ne sont pas affines.

Exercice 2 : Représenter les fonctions suivantes en expliquant la démarche et les calculs.

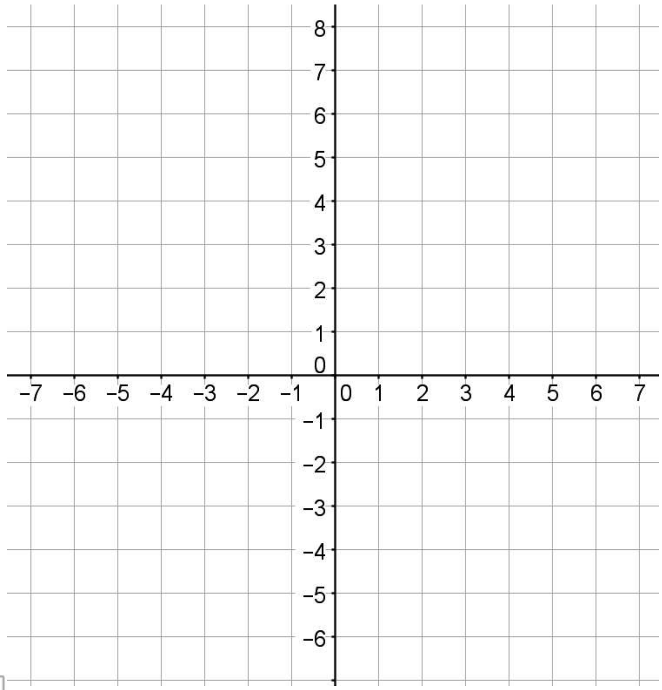
a) $f(x) = -3x$

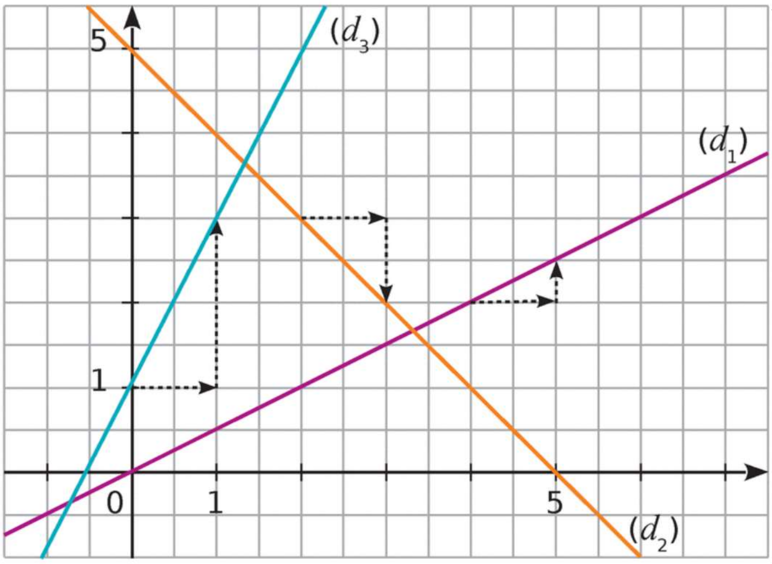
b) $g(x) = -2$

c) $h(x) = \dfrac{1}{2}x + 3$

d) $i(x) = 2x - 5$

e) $j(x) = \dfrac{-5}{3}x$





Exercice 3 :

Déterminer graphiquement les fonctions représentées par les droites (d_1), (d_2) et (d_3) ci-contre.

Expliquer.

Exercice 4 : Déterminer la fonction linéaire associée à chacune des expressions suivantes.

a) Hausse de 2 % **b)** Baisse de 40 % **c)** Prendre 65 %

*__Exercice 5 :__

Baisser une quantité de 2 % deux fois de suite revient-il à la baisser de 4 % ?

*__Exercice 6 :__

Un article coûte 58,40 € après avoir subi une remise de 20 %. Quel était son prix d'origine ?

Rappel 7

Statistiques

- **Fréquence** = $\dfrac{\text{Effectif}}{\text{Effectif total}}$
- Moyenne : Répartition équitable d'une quantité totale sur un effectif total.

❿• Pour calculer une **moyenne simple** : $\dfrac{\text{Somme des valeurs}}{\text{Effectif total}}$

- Pour calculer une **moyenne pondérée** : $\dfrac{\text{Somme des produits } \textit{Valeur} \times \textit{effectif}}{\text{Effectif total}}$
- L'**étendue** d'une série : Plus grande valeur – Plus petite valeur
- Lorsque les valeurs d'une série sont rangées dans l'ordre croissant, la **médiane** est la valeur centrale (ou la moyenne des valeurs lorsque l'effectif est pair).

Exemple :
Ce tableau présente la répartition des prix hors taxes pratiqués dans 28 pays de l'Union Européenne pour une même automobile neuve.
a) Déterminer le prix moyen et interpréter ce résultat.
b) Déterminer le prix médian et interpréter ce résultat.
c) Calculer l'étendue de la série et interpréter ce résultat.

Prix (en milliers d'€)	11	12	13	14	15	16	17
Effectif des pays	9	4	11	2	1	0	1

Solution
a) Prix total (en milliers d'euros) de l'ensemble des voitures :
11×9 + 12×4 + ... + 17×1 = 350
Nombre total de pays : 28
Prix moyen par pays : 350 ÷ 28 = 12,5 milliers d'€
Cela signifie que si le véhicule coûtait le même prix dans tous les pays de l'Union Européenne, ce prix serait de 12 500 €.
b) Comme il y a 28 pays, la médiane est la moyenne des 14^{e} et 15^{e} valeurs.

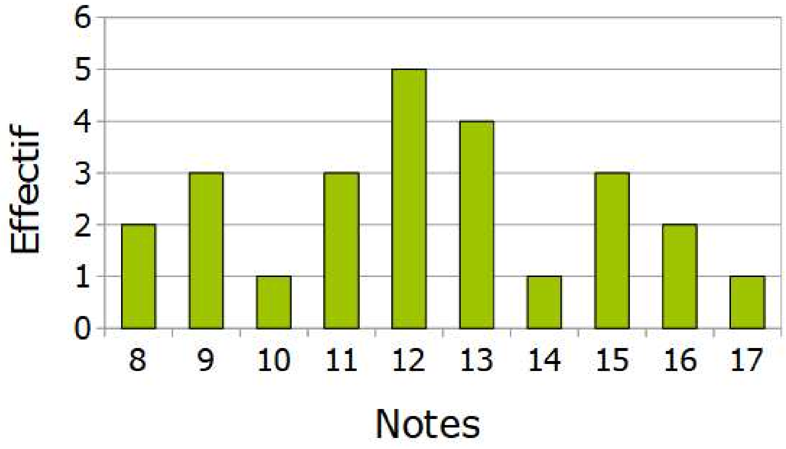
Prix (en milliers d'€)	11	12	13	14	15	16	17
Effectif des pays	9	4	11	2	1	0	1
E.C.C.	9	13	24	26	27	27	28

D'après les effectifs cumulés croissant, les 14^{e} et 15^{e} valeurs sont égales à 13.
La médiane de 13 milliers d'€ signifie qu'il y a autant de voitures dans l'UE qui coûtent 13 000 € ou + que de voitures du même modèle qui coûtent 13 000 € ou –.
c) 17 – 11 = 6. L'étendue est de 6 000 €. Cela signifie quela différence de prix pour une même voiture peut aller jusqu'à 6 000 € selon le pays de l'UE.

Exercice 1 : Déterminer la médiane et l'étendue ces séries suivantes.

a) 14 ; 26 ; 11 ; 33 ; 41 ; 13 **b)** 37,2 ; 39,4 ; 38 ; 38,2 ; 39 ; 38,6

Exercice 2 : Voici les notes obtenues par une classe de 3e à un devoir.



1. Déterminer la moyenne et la médiane des notes et interpréter ces résultats.

2. Calculer l'étendue et interpréter le résultat.

Exercice 3 : Un fabriquant a relevé le nombre de biscuits brisés dans un paquet.

Nombre de biscuits brisés	2	4	6	9	13
Effectif	5	8	7	2	1

En moyenne, combien y-a-t-il de biscuits brisés par paquet ?

Exercice 4 : Voici le relevé de longueurs des gousses de vanille d'un cultivateur.

Longueur (en cm)	12	15	17	22	23
Effectif	600	800	1 800	1 200	600

1. Quel est l'effectif total de cette production ?
2. Le cultivateur peut seulement les conditionner dans des tubes de 20 cm de long. Quel pourcentage de cette production a-t-il pu conditionner sans plier les gousses ?

   *La chambre d'agriculture décerne un label de qualité aux agriculteurs si :
   • la longueur moyenne des gousses est supérieure ou égale à 16,5 cm ;
   • et la médiane de leur production est supérieure à 17,5 cm.
3. Ce cultivateur pourra-t-il recevoir ce label de qualité ?

Rappel 8

Probabilités

• Une **expérience** est dite **aléatoire** lorsqu'on ne peut pas en prévoir avec certitude le résultat.

• Une **issue** est le résultat d'une expérience aléatoire.

• Un ensemble d'issues est appelé **événement**.

• L'**événement contraire** d'un événement A est noté $\overline{A}$. C'est l'événement qui se réalise lorsque A ne se réalise pas.

• Des **événements** sont **incompatibles** s'ils n'ont aucune issue en commun.

• Si A est un événement, alors $p(A) = \dfrac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas total}}$

• Une probabilité est comprise entre 0 et 1.

• La somme des probabilités de toutes les issues est égale à 1.

Exercice 1 : Pierre participe à un jeu. Trois verres retournés sont disposés sur une table. Une pièce est cachée sous l'un de ces verres. Pierre choisit un des verres et le soulève.

1. Quelle est la probabilité que Pierre trouve la pièce ?
2. On modifie la règle du jeu : il y a désormais cinq verres et deux pièces, les deux pièces sont cachées sous deux verres distincts. Pierre a-t-il plus de chance de trouver une pièce ?

Exercice 2 : Une expérience aléatoire admet exactement quatre issues, notées A, B, C et D. Sachant que $p(A) = \dfrac{1}{5}$, $p(B) = \dfrac{2}{15}$ et $p(D) = \dfrac{1}{3}$, calculer p(C).

***Exercice 3 :** Une urne contient quatre boules indiscernables au toucher. Une boule porte le nombre 1, deux boules portent le nombre 2, une boule porte le nombre 3.

On tire au hasard successivement et sans remise, deux boules et on additionne les nombres qu'elles portent.
1) Faire un arbre de la situation.
2) Quelle est la probabilité d'obtenir une somme égale à 4 ?

Exercice 4 : Dans un laboratoire, on élève des souris dont voici des caractéristiques :

Souris	Mâle	Femelle	Total
Blanche	30		
Grise		8	
Total	37		120

1. Compléter le tableau.
Dans la suite de l'exercice les résultats seront arrondis au centième.
2. On prend une souris parfaitement au hasard pour une expérience.

- **a)** Calculer la probabilité de sélectionner une souris blanche.
- **b)** Calculer la probabilité de sélectionner une souris femelle.
- **c)** Calculer la probabilité de sélectionner un mâle gris.

3. On prend une souris blanche. Quelle est la probabilité que ce soit une femelle ?

*__Exercice 5 :__ On dispose de morceaux de papiers identiques. On écrit 1 sur l'un d'eux ; on écrit 2 sur deux autres ; on écrit 3 sur trois autres, jusqu'à ce qu'on écrive 10 sur dix autres papiers. On place tous ces papiers dans une urne et on en tire un au hasard.

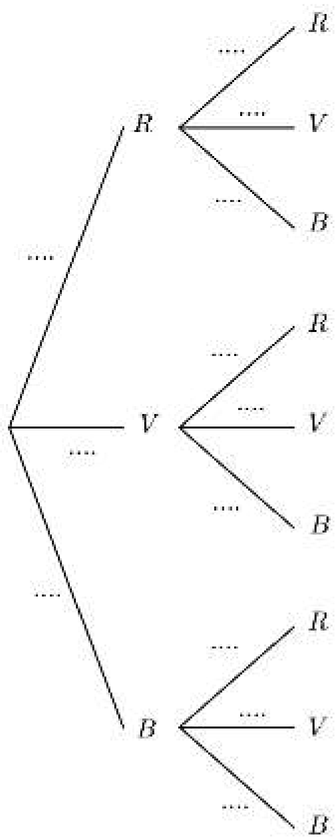
1. De combien de morceaux de papiers dispose-t-on ?

2. Quelle est la probabilité de l'événement "le nombre obtenu est pair" ?

*__Exercice 6 :__ Une urne U contient 2 boules de couleur rouge, 6 boules de couleur verte, 4 boules de couleur bleue indiscernables au toucher.

On tire une première boule de l'urne U puis une seconde sans avoir remis la première boule tirée dans l'urne.

L'arbre ci-contre modélise cette situation.
Indiquer les probabilités sur chacune des branches.



Rappel 9

Arithmétique

• Connaître les critères de divisibilité par 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 9 et 10.

• Pour chercher la liste des diviseurs d'un nombre, on peut présenter de cette façon :
Voici par exemple, les diviseurs de 48.

1	48
2	24
3	16
4	12
6	8

• Un nombre est premier s'il n'est divisible que 1 et par lui-même (il n'admet donc que 2 diviseurs).
Exemple pour déterminer si un grand nombre comme 547 est premier.
On calcule : $\sqrt{547} \approx 23{,}38...$ Pour déterminer si 547 est un nombre premier, il suffit de savoir s'il est divisible par l'un des nombres premiers compris entre 2 et 23,38...
Or 547 n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5, ni par 7,ni par 11,ni par 13,ni par 17,ni par 19,ni par 23.
On conclut que 547 n'admet que 2 diviseurs qui sont 1 et 547. Il est donc premier.

• Tous les nombres entiers peuvent se décomposer en un produit de facteurs premiers.
Par exemple : $1\,246 = 2 \times 7 \times 89$

• Décomposer les numérateur et dénominateur d'une fraction permet de la rendre irréductible.

Par exemple : $\dfrac{585}{1275} = \dfrac{3^2 \times 5 \times 13}{3 \times 5^2 \times 17} = \dfrac{3 \times 13}{5 \times 17} = \dfrac{39}{85}$

• Le PGCD de 175 et de 1 470 est le Plus Grand Diviseur Commun à 175 et 1 470.
On le trouve en considérant les facteurs communs aux deux décompositions et on les prend avec le plus petit des exposants qui apparaît.
$175 = 5^2 \times 7$
$1\,470 = 2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

PGCD(175 ; 1 470) $= 5 \times 7 = 35$

• Le PPCM de 175 et de 1 470 est le Plus Petit Commun Multiple à 175 et 1 470.
On le trouve en considérant tous les facteurs des deux décompositions et on les prend avec le plus grand des exposants qui apparaît.
$175 = 5^2 \times 7$
$1\,470 = 2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

PPCM(175 ; 1 470) $= 2 \times 3 \times 5^2 \times 7^2 = 7\,350$

Exercice 1 : Écrire la liste de tous les diviseurs de 32 ; 67 ; 81 et 144.

*__Exercice 2 :__ Soit k un nombre entier et $a = 10k$, $b = 6k$ pour toutes les valeurs de k.

- Est-ce que a est un multiple de 2 ?
- Est-ce que b est un multiple de 3 ?
- Est-ce que 8 est un diviseur de $a+b$?
- Est-ce que 8 est un diviseur de ab ?

Exercice 3 : Déterminer la liste des multiples de 7 entre 100 et 150.

*__Exercice 4 :__ Explique pourquoi le produit de deux entiers consécutifs est toujours pair.

Exercice 5 : Entoure les nombres qui sont premiers (justifie à chaque fois ton choix), puis donne une décomposition en produit de facteurs premiers de tous ceux que tu n'as pas entourés.

32	59	115	187	841
227	303	503	667	883

Exercice 6 :

1. La fraction $\frac{1080}{288}$ est-elle irréductible ? Si elle ne l'est pas, la rendre irréductible. Justifiez toutes vos réponses.

*__2.__ Même question avec la fraction $\frac{12789}{5481}$.

Exercice 7 :

1. a) PGCD(45 ; 63) **b)** PGCD(48 ; 180) **c)**PGCD(840 ; 532)

2. a) PPCM(6 ; 9) **b)** PPCM(54 ; 45) **c)** PPCM(90 ; 125)

Exercice 8 :

Un fleuriste dispose de 30 tulipes et 24 muscaris. Il veut composer des bouquets contenant le même nombre de tulipes et le même nombre de muscaris et utiliser toutes ses fleurs. On veut calculer le nombre maximum de bouquets qu'il peut faire.

1. Expliquer pourquoi le nombre de bouquets est le PGCD de 30 et 24.

2. Combien de bouquets peut-il réaliser au maximum ? Quelle est alors la composition de chaque bouquet ?

*Exercice 9 : Dans une partie de cartes, on doit répartir entre les joueurs 180 jetons noirs et 120 jetons blancs. Chaque joueur doit recevoir le même nombre de jetons noirs et le même nombre de jetons blancs.

1. Peut-il y avoir 20 joueurs ? 9 joueurs ?

2. Combien peut-il y avoir de joueurs ? Donner toutes les possibilités.

Exercice 10 : La montre de Jade sonne toutes les 12 heures et son réveil sonne toutes les 15 heures. Ils ont tous deux sonné le 21 septembre à 18h30.

Quand sonneront-ils de nouveau en même temps ?

Hâte de savoir ce qui t'attend en seconde ?

Ctr - Clique : ICI !!
Ou scanne ce QRCode :