

SANS CALCULATRICE

Minitest N°4

Corrigé

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$

1. Résoudre $f(x) = 0$

$$\Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times (-5) = 9 + 40 = 49 > 0,$$

$$\text{il y a donc deux solutions } x_1 = \frac{-3 - \sqrt{49}}{2 \times 2} = \frac{-3 - 7}{4} = -\frac{5}{2} \text{ et } x_2 = \frac{-3 + 7}{4} = 1.$$

$$\text{On a donc } \mathcal{S} = \left\{ -\frac{5}{2}; 1 \right\}$$

2. Résoudre $f(x) < 0$

D'après ce qui précède, on a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	1	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	0

On peut donc lire que les solutions de $f(x) < 0$ sont les éléments de $\mathcal{S} = \left] -\frac{5}{2}; 1 \right[$

3. Calculer le nombre dérivé de la fonction f en $a = 2$ comme dans le cours.

$$\text{Le taux d'accroissement de } f \text{ en } 2 \text{ est } t_X = \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{2x^2 + 3x - 5 - 9}{x - 2} = \frac{2x^2 - 3x - 14}{x - 2}$$

Factorisons le numérateur, on a : $\Delta = 9 - 4 \times 2 \times (-14) = 9 + 112 = 121 = 11^2 > 0$

$$\text{Il y a deux racines : } x_1 = \frac{-3 - 11}{2 \times 2} = -\frac{7}{2} \text{ et } x_2 = \frac{-3 + 11}{2 \times 2} = 2$$

$$\text{On a donc } 2x^2 + 3x - 14 = 2 \times (x - 2)(x + \frac{7}{2})$$

$$\text{En reportant dans } t_X \text{ on obtient : } t_X = \frac{2 \times (x - 2)(x + \frac{7}{2})}{x - 2} = 2(x + \frac{7}{2}) = 2x + 7$$

Puis on fait tendre x vers 2, cela donne $\lim_{x \rightarrow 2} t_X = 4 + 7 = 11$.

Comme c'est un réel, on écrit $f'(2) = 11$

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$

1. Résoudre $f(x) = 0$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 9 - 8 = 1 > 0,$$

$$\text{il y a donc deux solutions } x_1 = \frac{-(-3) - \sqrt{1}}{2 \times 2} = \frac{3 - 1}{4} = \frac{1}{2} \text{ et } x_2 = \frac{3 + 1}{4} = 1.$$

$$\text{On a donc } \mathcal{S} = \left\{ \frac{1}{2}; 1 \right\}$$

2. Résoudre $f(x) \leq 0$

D'après ce qui précède, on a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	0

On peut donc lire que les solutions de $f(x) \leq 0$ sont les éléments de $\mathcal{S} = [\frac{1}{2}; 1]$

3. Calculer le nombre dérivé de la fonction f en $a = 1$ comme dans le cours.

$$\text{Le taux d'accroissement de } f \text{ en } 1 \text{ est } t_X = \frac{f(x) - f(2)}{x - 1} = \frac{2x^2 - 3x + 1 - 0}{x - 1}$$

Factorisons le numérateur, on a déjà obtenu : $\Delta = 1 > 0$

Il y a deux racines : $x_1 = \frac{1}{2}$ et $x_2 = 1$

$$\text{On a donc } 2x^2 + 3x - 14 = 2 \times (x - \frac{1}{2})(x - 1)$$

$$\text{En reportant dans } t_X \text{ on obtient : } t_X = \frac{2 \times (x - \frac{1}{2})(x - 1)}{x - 1} = 2(x - \frac{1}{2}) = 2x - 1$$

Puis on fait tendre x vers 1, cela donne $\lim_{x \rightarrow 1} t_X = 2 - 1 = 1$.

Comme c'est un réel, on écrit $f'(1) = 1$