

En indiquant les étapes de calcul et en donnant les résultats sous forme algébrique.

□ Lorsque $z_1 = 1 + 2i$ et $z_2 = 2 + 3i$, calculer

$$z_1 + z_2 = 1 + 2i + 2 + 3i = 3 + 5i$$

$$z_1 - z_2 = 1 + 2i - 2 - 3i = -1 - i$$

$$z_1 \times z_2 = (1 + 2i)(2 + 3i) = 2 + 3i + 4i - 6 = -4 + 7i$$

$$\frac{1}{z_2} = \frac{1 \times (2 - 3i)}{(2 + 3i)(2 - 3i)} = \frac{2 - 3i}{13} = \frac{2}{13} - \frac{3}{13}i$$

$$z_1^2 = (1 + 2i)^2 = 1 + 2 \times 1 \times 2i + (2i)^2 = 1 + 4i - 4 = -3 + 4i$$

□ Résoudre les équations suivantes :

$$z^2 + 16 = 0$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 16 \end{cases} \quad \text{donc } \Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times 16 = -64 < 0$$

il y a deux solutions complexes conjuguées : $z_1 = \frac{-b - i\sqrt{|\Delta|}}{2a} = \frac{-0 - i\sqrt{64}}{2} = -4i$ et $z_2 = +4i$

$$z^2 + 2z + 2 = 0$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 2 \end{cases} \quad \text{donc } \Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times 2 = 4 - 8 = -4 < 0$$

il y a deux solutions complexes conjuguées :

$$z_1 = \frac{-b - i\sqrt{|\Delta|}}{2a} = \frac{-2 - i\sqrt{4}}{2} = \frac{-2 - 2i}{2} = -1 - i \text{ et } z_2 = -1 + i$$

$$2z^2 + 5z - 7 = 0$$

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \\ c = -7 \end{cases} \quad \text{donc } \Delta = 5^2 - 4 \times 2 \times (-7) = 25 + 56 = 81 > 0$$

il y a deux solutions réelles :

$$z_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 - \sqrt{81}}{4} = \frac{-5 - 9}{4} = -\frac{7}{2} \text{ et } z_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 + \sqrt{81}}{4} = \frac{-5 + 9}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

□ Lorsque $z = 2 - 3i$ écrire sous forme algébrique :

l'opposé de z est $-z = -2 + 3i$

l'inverse de z est $\frac{1}{z} = \frac{1}{2 - 3i} = \frac{2 + 3i}{13}$

le conjugué de z est $\bar{z} = 2 + 3i$

le module de z est $|z| = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$

En indiquant les étapes de calcul et en donnant les résultats sous forme algébrique.

□ Lorsque $z_1 = 1 + 2i$ et $z_2 = 2 + 3i$, calculer

$$z_1 - z_2 = 1 + 2i - 2 - 3i = -1 - i$$

$$z_1 + z_2 = 1 + 2i + 2 + 3i = 3 + 5i$$

$$z_2 \times z_1 = (1 + 2i)(2 + 3i) = 2 + 3i + 4i - 6 = -4 + 7i$$

$$\frac{1}{z_1} = \frac{1 \times (1 - 2i)}{(1 + 2i)(1 - 2i)} = \frac{1 - 2i}{5} = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$$

$$z_2^2 = (2 + 3i)^2 = 4 + 2 \times 2 \times 3i + (3i)^2 = 4 + 12i - 9 = -5 + 12i$$

□ Résoudre les équations suivantes :

$$z^2 + 9 = 0$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 9 \end{cases} \quad \text{donc } \Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times 9 = -36 < 0$$

il y a deux solutions complexes conjuguées : $z_1 = \frac{-b - i\sqrt{|\Delta|}}{2a} = \frac{-0 - i\sqrt{36}}{2} = -3i$ et $z_2 = +3i$

$$z^2 - 2z + 2 = 0$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 2 \end{cases} \quad \text{donc } \Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 2 = 4 - 8 = -4 < 0$$

il y a deux solutions complexes conjuguées :

$$z_1 = \frac{-b - i\sqrt{|\Delta|}}{2a} = \frac{2 - i\sqrt{4}}{2} = \frac{2 - 2i}{2} = 1 - i \text{ et } z_2 = 1 + i$$

$$2z^2 - 5z - 7 = 0 \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = -5 \\ c = -7 \end{cases} \quad \text{donc } \Delta = (-5)^2 - 4 \times 2 \times (-7) = 25 + 56 = 81 > 0$$

il y a deux solutions réelles :

$$z_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 - \sqrt{81}}{4} = \frac{5 - 9}{4} = -1 \text{ et } z_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 + \sqrt{81}}{4} = \frac{5 + 9}{4} = \frac{7}{2}$$

□ Lorsque $z = -2 + 3i$ écrire sous forme algébrique :

l'opposé de z est $-z = 2 - 3i$ l'inverse de z est $\frac{1}{z} = \frac{1}{-2 + 3i} = \frac{-2 - 3i}{13}$

le conjugué de z est $\bar{z} = -2 - 3i$ le module de z est $|z| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$