SANS CALCULATRICE

Minitest N°7 ⟶ corrigé

En indiquant les étapes de calcul et en donnant les résultats sous forme algébrique.

☐ Résoudre les équations suivantes :

$z^2+25=0$ $\quad \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=25 \end{cases}$ donc $\Delta = 0^2 - 4\times 1\times 25 = -100 < 0$, il y a donc deux solutions complexes conjuguées : $z_1 = \dfrac{-0-i\sqrt{+100}}{2\times 1} = -5i$ et $z_2 = +5i$ $\quad S=\{-5i;+5i\}$

$z^2+4z+5=0$ $\quad \begin{cases} a=1 \\ b=4 \\ c=5 \end{cases}$ donc $\Delta = 4^2 - 4\times 1\times 5 = -4 < 0$, il y a donc deux solutions complexes conjuguées : $z_1 = \dfrac{-4-i\sqrt{+4}}{2\times 1} = -2-i$ et $z_2 = -2+i$ $\quad S=\{-2-i;-2+i\}$

$3z^2+5z-8=0$ $\quad \begin{cases} a=3 \\ b=5 \\ c=-8 \end{cases}$ donc $\Delta = 5^2 - 4\times 3\times(-8) = 121 > 0$, il y a donc deux solutions réelles : $z_1 = \dfrac{-5-\sqrt{121}}{2\times 3} = \dfrac{-16}{6} = \dfrac{-8}{3}$ et $z_2 = \dfrac{-5+\sqrt{121}}{2\times 3} = \dfrac{6}{6} = 1$ $\quad S=\{\frac{-8}{3};1\}$

Déterminer les modules et les arguments de $z_1=-1+i$, de $z_2=\sqrt{3}-i$ et de $z_3=\dfrac{z_1}{z_2}$

- $|-1+i| = \sqrt{(-1)^2+1^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ puis $\begin{cases} \cos\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{2} \\ \sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

  le cercle trigonométrique donne $\theta = \frac{3\pi}{4}$ donc $z = \left[\sqrt{2};\frac{3\pi}{4}\right]$

- $|\sqrt{3}-i| = \sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$ puis $\begin{cases} \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{cases}$

  le cercle trigonométrique donne $\theta = \frac{-\pi}{6}$ donc $z = \left[2;\frac{-\pi}{6}\right]$

- $\left|\dfrac{z_1}{z_2}\right| = \dfrac{|z_1|}{|z_2|} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ et $\arg\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right) = \arg(z_1) - \arg(z_2) = \dfrac{3\pi}{4} - \left(\dfrac{-\pi}{6}\right) = \dfrac{11\pi}{12}$

  donc $\dfrac{z_1}{z_2} = \left[\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{11\pi}{12}\right]$

SANS CALCULATRICE

Minitest N°7 $\longrightarrow$ Corrigé

En indiquant les étapes de calcul et en donnant les résultats sous forme algébrique.

☐ Résoudre les équations suivantes :

$z^2 - 25 = 0$ $\quad \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -25 \end{cases}$ donc $\Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times (-25) = 100 > 0$, il y a donc deux solutions réelles : $z_1 = \dfrac{-0 - \sqrt{+100}}{2 \times 1} = -5$ et $z_2 = \dfrac{-0 - \sqrt{+100}}{2 \times 1} = 5$ $\quad S = \{-5; +5\}$

$z^2 + 6z + 9 = 0$ $\quad \begin{cases} a = 1 \\ b = 6 \\ c = 9 \end{cases}$ donc $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times 9 = 36 - 36 = 0$, il y a donc une solution réelle : $z_0 = \dfrac{-6}{2 \times 1} = -3$ $\quad S = \{-3\}$

$3z^2 - 6z + 6 = 0$ $\quad \begin{cases} a = 3 \\ b = -6 \\ c = 6 \end{cases}$ donc $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 3 \times 6 = -36 < 0$, il y a donc deux solutions complexes conjuguées : $z_1 = \dfrac{-(-6) - i\sqrt{+36}}{2 \times 3} = \dfrac{6 - 6i}{6} = 1 - i$ et $z_2 = 1 + i$ $\quad S = \{1 - i; 1 + i\}$

Déterminer les modules et les arguments de $z_1 = 1 - i$, de $z_2 = -\sqrt{3} - i$ et de $z_3 = \dfrac{z_2}{z_1}$

- $|1 - i| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$ puis $\begin{cases} \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{-2}}{2} \end{cases}$

  le cercle trigonométrique donne $\theta = \frac{-\pi}{4}$ donc $z = \left[\sqrt{2}; \frac{-\pi}{4}\right]$

- $|-\sqrt{3} - i| = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (-1)^2} = \sqrt{3 + 1} = \sqrt{4} = 2$ puis $\begin{cases} \cos\theta = \frac{-\sqrt{3}}{2} \\ \sin\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{cases}$

  le cercle trigonométrique donne $\theta = \frac{-5\pi}{6}$ donc $z = \left[2; \frac{-5\pi}{6}\right]$

- $\left|\dfrac{z_2}{z_1}\right| = \dfrac{|z_2|}{|z_1|} = \dfrac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ et $\arg\left(\dfrac{z_2}{z_1}\right) = \arg(z_2) - \arg(z_1) = \dfrac{-5\pi}{6} - \left(\dfrac{-\pi}{4}\right) = \dfrac{-7\pi}{12}$

  donc $\dfrac{z_2}{z_1} = \left[\sqrt{2}; \frac{-7\pi}{12}\right]$