SANS CALCULATRICE

Minitest N°8 $\longrightarrow$ Corrigé

En indiquant les étapes de calcul et en rédigeant résoudre :.

(E_1) $\quad 2y' - 3y = 12$ et $y(0) = 7$

Etape 1 : On recherche toutes les solutions de l'équation homogène associée.
$a = 2$ et $b = -3$ donc $F'(t) = \dfrac{b}{a} = \frac{-3}{2}$ Une primitive est alors $F(t) = \frac{-3}{2}t + 0$
Toutes les solutions sont les $y(t) = Ce^{-F(t)} = Ce^{\frac{3}{2}t}$ où C est une constante réelle quelconque.

Etape 2 : On recherche une solution particulière de l'équation complète.
Le second membre est une constante donc on recherche une solution particulière y_p sous la forme d'une constante.

Dans ce cas $y_p(t) = K$ donc $y_p'(t) = 0$. L'équation devient : $2 \times 0 - 3 \times K = 12$ donc $K = -4$

Une solution particulière de l'équation avec second membre est alors $y_p(t) = -4$

Etape 3 : y est une solution de l'équation équivaut à $y - y_p$ est une solution de (SSM)
donc toutes les solutions de l'équation complète sont les sommes : $y(t) = Ce^{\frac{3}{2}t} - 4$

Etape 4 : Puisque $y(0) = 7$ on a : $7 = Ce^0 - 4$ donc $C = 11$

L'unique solution du problème est alors $\boxed{y(t) = 11e^{\frac{3}{2}t} - 4}$

(E_2) $\quad y'' + 10y' + 25y = 0$

Etape 1 : Son équation caractéristique est : $(EC) : r^2 + 10r + 25 = 0$

Son discriminant est $\Delta = 10^2 - 4 \times 1 \times 25 = 0$
(EC) a une racine $r_0 = \frac{-10}{2}$ C'est à dire $r_0 = -5$
Toutes les solutions de l'équation différentielle sont les : $\boxed{y(t) = \Big(C_1 \times t + C_2\Big) \times e^{-5t}}$
où C_1 et C_2 sont des constantes réelles quelconques.

SANS CALCULATRICE

Minitest N°8 $\longrightarrow$ Corrigé

En indiquant les étapes de calcul et en rédigeant résoudre :.

(E_1) $\quad 3y' + 2y = 12$ et $y(0) = 7$

Etape 1 : On recherche toutes les solutions de l'équation homogène associée.
$a = 3$ et $b = 2$ donc $F'(t) = \dfrac{b}{a} = \frac{2}{3}$. Une primitive est alors $F(t) = \frac{2}{3}t + 0$
Toutes les solutions sont les $y(t) = Ce^{-F(t)} = Ce^{\frac{-2}{3}t}$ où C est une constante réelle quelconque.

Etape 2 : On recherche une solution particulière de l'équation complète.
Le second membre est une constante donc on recherche une solution particulière y_p sous la forme d'une constante.

Dans ce cas $y_p(t) = K$ donc $y_p'(t) = 0$. L'équation devient : $3 \times 0 + 2 \times K = 12$ donc $K = 6$

Une solution particulière de l'équation avec second membre est alors $y_p(t) = 6$

Etape 3 : y est une solution de l'équation équivaut à $y - y_p$ est une solution de (SSM)
donc toutes les solutions de l'équation complète sont les sommes : $y(t) = Ce^{\frac{-2}{3}t} + 6$

Etape 4 : Puisque $y(0) = 7$ on a : $7 = Ce^0 + 6$ donc $C = 1$

L'unique solution du problème est alors $\boxed{y(t) = e^{\frac{-2}{3}t} + 6}$

(E_2) $\quad y'' - 7y' + 10y = 0$

Etape 1 : Son équation caractéristique est : $(EC) : r^2 - 7r + 10 = 0$

Son discriminant est $\Delta = (-7)^2 - 4 \times 1 \times 10 = 9 > 0$
Une racine de Δ est alors 3
(EC) a deux solutions $r_1 = \frac{7-3}{2}$ et $r_2 = \frac{7+3}{2}$
C'est à dire $r_1 = 2$ et $r_2 = 5$
Toutes les solutions de l'équation sans second membre sont alors les : $\boxed{y(t) = C_1e^{2t} + C_2e^{5t}}$
où C_1 et C_2 sont des constantes réelles quelconques.

SANS CALCULATRICE

Minitest N°8 $\longrightarrow$ Corrigé

En indiquant les étapes de calcul et en rédigeant résoudre :.

(E_1) $\quad 4y' + 7y = 5$ et $y(0) = 2$

Etape 1 : On recherche toutes les solutions de l'équation homogène associée.
$a = 4$ et $b = 7$ donc $F'(t) = \dfrac{b}{a} = \frac{7}{4}$ Une primitive est alors $F(t) = \frac{7}{4}t + 0$
Toutes les solutions sont les $y(t) = Ce^{-F(t)} = Ce^{\frac{-7}{4}t}$ où C est une constante réelle quelconque.

Etape 2 : On recherche une solution particulière de l'équation complète.
Le second membre est une constante donc on recherche une solution particulière y_p sous la forme d'une constante.

Dans ce cas $y_p(t) = K$ donc $y_p'(t) = 0$. L'équation devient : $4 \times 0 + 7 \times K = 5$ donc $K = \frac{5}{7}$

Une solution particulière de l'équation avec second membre est alors $y_p(t) = \frac{5}{7}$

Etape 3 : y est une solution de l'équation équivaut à $y - y_p$ est une solution de (SSM)
donc toutes les solutions de l'équation complète sont les sommes : $y(t) = Ce^{\frac{-7}{4}t} + \frac{5}{7}$

Etape 4 : Puisque $y(0) = 2$ on a : $2 = Ce^0 + \frac{5}{7}$ donc $C = \frac{9}{7}$

L'unique solution du problème est alors $\boxed{y(t) = \frac{9}{7}e^{\frac{-7}{4}t} + \frac{5}{7}}$

(E_2) $\quad y'' + 8y' + 16y = 0$

Etape 1 : Son équation caractéristique est : $(EC) : r^2 + 8r + 16 = 0$

Son discriminant est $\Delta = 8^2 - 4 \times 1 \times 16 = 0$
(EC) a une racine $r_0 = \frac{-8}{2}$ C'est à dire $r_0 = -4$
Toutes les solutions de l'équation différentielle sont les : $\boxed{y(t) = \Big(C_1 \times t + C_2\Big) \times e^{-4t}}$
où C_1 et C_2 sont des constantes réelles quelconques.