TRANSFORMATION EN z

Dans ce module, on se propose de familiariser les étudiants aux phénomènes discrets par la présentation de quelques signaux discrets et de leur transformation en *z*, en se limitant à des signaux causaux. Cette présentation sera complétée par l'étude de la réponse à des signaux discrets, de filtres numériques régis par une équation aux différences linéaires à coefficients constants. Le travail mené permet en particulier de s'interroger sur le passage du discret au continu et inversement, variant ainsi les approches des problèmes et les modes de résolution.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Transformation en *z* Notion de série entière d'une variable réelle. Développement en série entière des fonctions $t \mapsto \mathrm{e}^t$ et $t \mapsto \dfrac{1}{1-t}$.		L'étude de ces deux exemples a pour objectifs : – de familiariser les étudiants avec les « sommes infinies » de fonctions et la notation Σ ; – d'introduire la notion de rayon de convergence et de somme d'une série entière. Toute théorie générale sur les séries entières est exclue. L'outil informatique est utilisé pour visualiser la convergence des sommes partielles. Les résultats mis en évidence sont admis. L'introduction des séries entières a pour seul but la présentation des résultats utiles à l'étude de la transformation en *z*.
Transformée en *z* d'un signal causal. Transformée en *z* des signaux causaux usuels.		On se limite aux signaux usuels suivants : $n \mapsto 1$; $n \mapsto d(n)$ où $d(0) = 1$ et $d(n) = 0$ sinon ; $n \mapsto n$; $n \mapsto n^2$; $n \mapsto a^n$ avec *a* réel non nul.
Propriétés de la transformation en *z* : – linéarité ; – effet de la multiplication par a^n avec *a* réel non nul ; – effet d'une translation sur la variable.	• Déterminer la transformée en *z* d'un signal causal à partir des signaux causaux usuels.	On évite tout excès de technicité dans les calculs. Dans le cadre de la résolution de problèmes, le calcul est facilité par l'utilisation d'un logiciel de calcul formel.

	• Déterminer le signal causal (original) dont la transformée en z est donnée.	Dans la recherche de l'original, pour obtenir la décomposition en éléments simples, on donne des indications sur la méthode à utiliser ou si nécessaire, on utilise un logiciel de calcul formel.
Équations récurrentes.	• Exploiter la transformation en z pour la résolution d'équations récurrentes.	On résout des équations de la forme : $ay(n)+by(n-1)+cy(n-2)=\alpha x(n)+\beta x(n-1)$ ou $ay(n+2)+by(n+1)+cy(n)=\alpha x(n+1)+\beta x(n)$ où a, b, c, α, β sont des nombres réels, x un signal causal discret connu et y est un signal causal discret inconnu. En liaison avec les enseignements d'autres disciplines, on montre sur un exemple simple comment une de ces équations s'interprète en termes de «dérivation discrète» ou d'«intégration discrète». ⇆ Traitement numérique obtenu par échantillonnage d'un signal analogique.