Rappel :
F est une primitive de f signifie $F' = f$

EXERCICE 1 Déterminer les primitives des fonctions suivantes

$f_1(x) = 3x + 1$

$f_2(x) = 5x^2 - x + 4$

$f_3(x) = \sin(30x)$

$f_4(x) = \cos(15x)$

$f_5(x) = 2\cos(4x)$

$f_6(x) = \dfrac{2}{x}$

$f_7(x) = \dfrac{2}{5x}$

$f_8(x) = \dfrac{1}{2x+1}$

$f_9(x) = \dfrac{-5x}{3x^2+1}$

$f_{10}(x) = \dfrac{1}{x(x+1)}$

$f_{11}(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$

Rappel :
$\displaystyle\int_a^b f(t)\mathrm{d}t = F(b) - F(a)$ lorsque F est une primitive de f sur $[a;b]$

EXERCICE 2 Calculer les intégrales suivantes :

$\displaystyle\int_0^1 x^2\mathrm{d}x$

$\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \cos(x)\mathrm{d}x$

$\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \sin(x)\mathrm{d}x$

$\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^x - e^{-x}}{2}\mathrm{d}x$

$\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{x^2+1}\mathrm{d}x$

$\displaystyle\int_0^1 \frac{3}{5x+1}\mathrm{d}x$

Rappel : lorsque f est intégrable sur $[a;b]$, la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[a;b]$ est le nombre, souvent noté f_{moy} défini par $f_{moy} = \dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$

EXERCICE 3 Calculer les valeurs moyennes suivantes :

$f_1(x) = x$ sur $[0;10]$

$f_2(x) = x^2$ sur $[0;2]$

$f_3(x) = 3x + 1$ sur $[0;1]$

$f_4(x) = \sin(x)$ sur $[0;\frac{\pi}{2}]$

$f_5(x) = \cos(2x)$ sur $[0;\frac{\pi}{3}]$

$f_6(x) = \sin(x)\cos(x)$ sur $[0;\frac{\pi}{2}]$

Rappel :
puisque $(uv)' = u'v + uv'$, on a : $uv' = (uv)' - u'v$ donc $\int uv' = [uv] - \int u'v$
On nomme cela "intégration par partie"

EXERCICE 4 Déterminer les primitives des fonctions suivantes

$f_1(x) = 2te^t$

$f_2(x) = te^{3t}$

$f_3(x) = (2t+1)e^{3t}$

$f_4(x) = t^2e^t$

$f_5(x) = t\cos(t)$

$f_6(x) = 3t\sin(t)$

$f_7(x) = (1-5t)e^{-2t}$

$f_8(x) = \dfrac{12t-1}{5}e^{-t/2}$