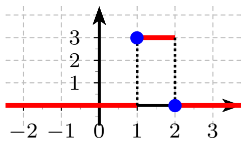
EXERCICE 1 Dessiner la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(t) = tU(t) - (t-2)U(t-2)$

EXERCICE 2 Déterminer une expression de la fonction ayant pour graphe :



EXERCICE 3 Décomposer en éléments simples :

- $F_1(p) = \dfrac{1}{(p+1)(p-5)}$ puis $G_1(p) = \dfrac{1}{p(p-5)}$
- $F_2(p) = \dfrac{7p+1}{(p-3)(p+1)}$ puis $G_2(p) = \dfrac{7p+1}{(p+1)(p-2)}$
- $F_3(p) = \dfrac{5p}{(2p-1)(p+1)}$ puis $G_3(p) = \dfrac{6}{(p+1)(2p+5)}$
- $F_4(p) = \dfrac{1}{p^2(p+1)}$ puis $G_4(p) = \dfrac{p+2}{p^2(p+2)}$

EXERCICE 4 On souhaite résoudre $y' + 3y = 4U(t)$ sachant que $y(0) = 2$ en utilisant la transformée de Laplace. Recopier et compléter le raisonnement suivant :

Transformons en Laplace, on obtient : $pY - 2 + 3Y = ...$

Puis : $(p+3)Y = ...$

Enfin : $Y = \dfrac{2}{p+3} + ...$

Décomposons en éléments simples ce qui doit l'être : $\dfrac{4}{p\,(p+3)}$

On note : $G(p) = \dfrac{4}{p\,(p+3)} = \dfrac{A}{p} + \dfrac{B}{p+3}$

Pour trouver A, on calcule $\lim\limits_{p\to 0} p \times G(p) = ... = A + 0$ donc $A = ...$

Pour trouver B, on calcule $\lim\limits_{p\to -3} (p+3) \times G(p) = ... = 0 + B$ donc $B = ...$

On a donc $G(p) = ... - ....$

Puis $Y(p) = \dfrac{2}{p+3} + ...$

On peut alors reconnaitre les originaux :

$y(t) = 2 \times .... + ... - ....$

C'est à dire $\boxed{y(t) = \left(\frac{2}{3}e^{-3t} + \frac{4}{3}\right)U(t)}$ en regroupant les termes.

EXERCICE 5 Utiliser la transformée de Laplace pour résoudre les problèmes différentiels suivants :

1. $y' + 3y = 4U(t)$ sachant que $y(0) = 2$

2. $y' + 2y = tU(t)$ sachant que $y(0) = 0$

3. $y' + 2y = e^{3t}U(t)$ sachant que $y(0) = 0$

4. $y'' + 3y' + 2y = U(t)$ sachant que $y(0) = 5$ et $y'(0) = 0$