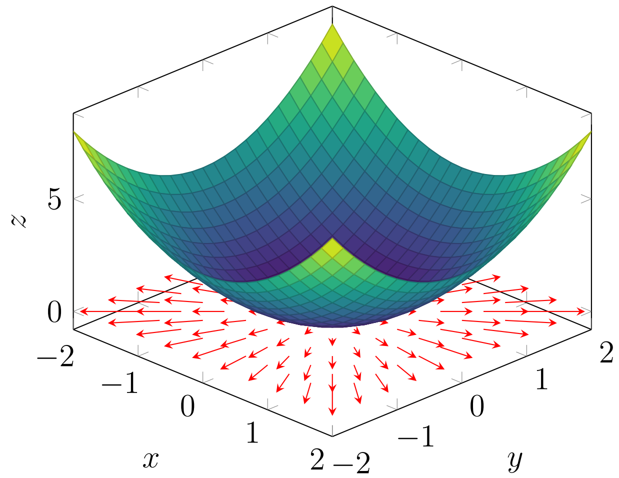
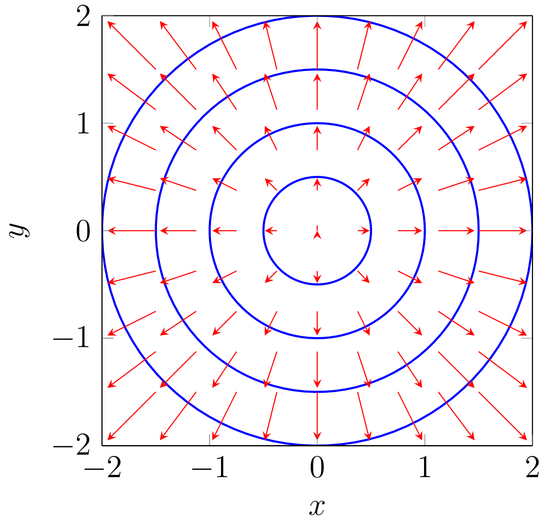
Pour une **fonction scalaire** $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, on peut définir :

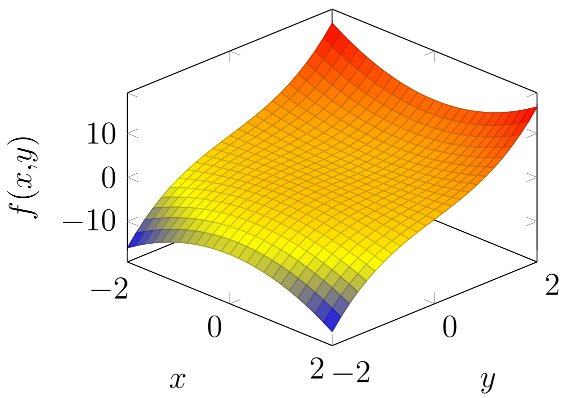
le **gradient** $\nabla(f)$, il transforme un scalaire en champ de vecteurs ;
En chaque point :
le gradient pointe vers la montée la plus rapide ;
sa norme indique l'intensité de cette montée.



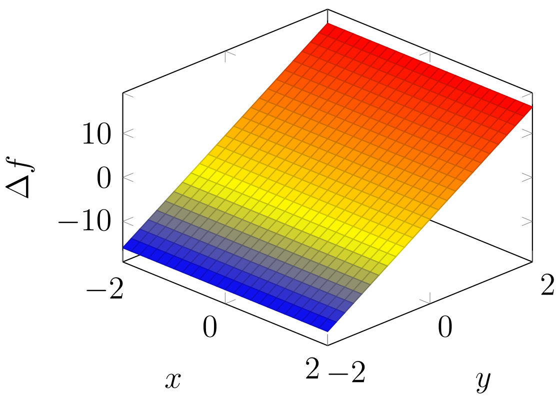


le **laplacien** $\Delta(f)$, il transforme un champ scalaire en un autre champ scalaire. Il mesure comment une fonction "se courbe localement". Δf : dit si ça ressemble à un creux ou une bosse localement

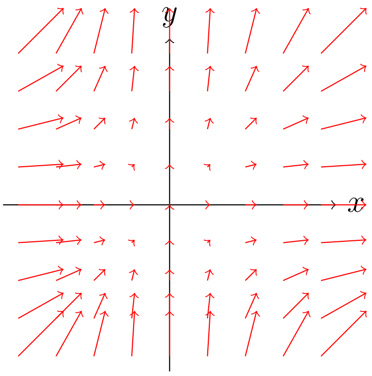
$f(x,y) = x^2y + y^3$

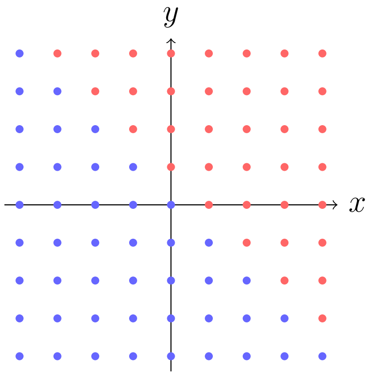


$\Delta f = 8y$



Pour une **fonction fonction vectorielle** $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$, on peut définir :
la **divergence** $div(F)$, elle transforme un champ de vecteurs en scalaire ;
divergence positive $\to$ il y a une source (ça "explose" vers l'extérieur)
divergence négative $\to$ il y a un puits (ça "aspire" vers l'intérieur)





le **rotationnel** $rot(F)$, il transforme un champ de vecteurs. Le rotationnel en 2D est un champ scalaire orienté selon z ?

rotationnel $\neq 0 \to$ le champ fait tourner un petit objet (effet vortex)
rotationnel $= 0 \to$ pas de rotation locale (mouvement 'droit')

Pour un champ de $\mathbb{R}^2$, on le plonge dans $\mathbb{R}^3$ en ajoutant une composante nulle , $\nabla \wedge F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ . \end{bmatrix}$, le champ de rot est assimilable un champ scalaire.