EXERCICE 1 On donne $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

- Calculer $A + B$ puis $A - B$
- Pourquoi ne peut-on pas calculer $A \times B$ ou $B \times A$?
- Exprimer ${}^tB$ puis B^tB

EXERCICE 2 On donne $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

- Calculer $A \times B$
- Pourquoi ne peut-on pas calculer $B \times A$?

EXERCICE 3 On donne $P = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $Q = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

- Calculer $P + Q$ puis $P \times Q$ puis P^2 et enfin Q^2.
- Calculer $S = 2P - I_3$ puis S^2. En déduire S^{-1}

EXERCICE 4 On donne $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

- Calculer A^2 et A^3
- Montrer que $A^3 - 3A^2 + 3A$ est un multiple de I_3
- En déduire la matrice A^{-1}

EXERCICE 5

On donne $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

- Calculer A^2, puis A^3 en déduire une expression possible de A^n pour $n \in \mathbb{N}^*$
- Exprimer C à l'aide de B et de I_3, en déduire C^n pour tout $n \in \mathbb{N}$
- ** Exprimer D à l'aide de A et de I_3, en déduire D^n pour tout $n \in \mathbb{N}$