Géométrie dans l'espace
série 2

EXERCICE 1 Sachant que $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = ||\overrightarrow{u}|| \times ||\overrightarrow{v}|| \times \cos(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$
Montrer que $AB = \sqrt{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB}} = \sqrt{\overrightarrow{AB}^2}$
Calculer la distance entre $A(1;2;3)$ et $B(5;-1;2)$

EXERCICE 2 Sachant que $||\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{v}|| = ||\overrightarrow{u}|| \times ||\overrightarrow{v}|| \times |\sin(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})|$
Montrer que aire$(ABC) = \dfrac{1}{2} \times ||\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}||$
Calculer l'aire de ABC lorsque $A(1;2;3)$,$B(5;-1;2)$ et $C(1;0;1)$

EXERCICE 3 Rappeler la formule donnant le volume d'un parallélépipède.
Montrer que la valeur absolue de $[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}]$ est le volume du parallélépipède engendré par $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$.
Calculer le volume du parallélépipède engendré par $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ lorsque $A(1;2;3)$,$B(5;-1;2)$, $C(1;0;1)$ et $D(2;0;1)$

EXERCICE 4 On souhaite déterminer la distance entre le plan $\mathcal{P}$ défini par $x + 2y + 3z = 4$ et le point $B(1;2;3)$
Méthode 1 : on note Δ la droite passant par B et perpendiculaire à $\mathcal{P}$

1. Déterminer un système d'équations paramétriques de Δ
2. En déduire les coordonnées de l'intersection de Δ et de $\mathcal{P}$
3. Conclure.

Méthode 2 : soit A de plan $\mathcal{P}$ un point du plan $\mathcal{P}$ et $\overrightarrow{n}$ un vecteur normal du plan $\mathcal{P}$

1. Montrer que $|\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{n}| = MH \times ||\overrightarrow{n}||$ où H est le projeté orthogonal de M sur $\mathcal{P}$
2. Conclure.

EXERCICE 5 On souhaite déterminer la distance entre la droite $\mathcal{D}$ définie par $\begin{cases} x = 1 + 2k \\ y = -2 + 3k \\ z = 1 - k \end{cases}$ et le point $B(1;2;3)$
Méthode 1 : on note $\mathcal{P}$ le plan passant par B et perpendiculaire à $\mathcal{D}$

1. Déterminer un équation cartésienne de P
2. En déduire les coordonnées de l'intersection de $\mathcal{P}$ et de $\mathcal{D}$
3. Conclure.

Méthode 2 : soit A un point de la droite $\mathcal{D}$ et $\overrightarrow{u}$ un vecteur directeur de la droite $\mathcal{D}$

1. Montrer que $||\overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{u}|| = MH \times ||\overrightarrow{u}||$ où H est le projeté orthogonal de M sur $\mathcal{D}$
2. Conclure.