

### EXERCICE 1

- Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a :  $f'(x) = -2x + 2$  puis  $f'(2) = -2 \times 2 + 2 = -2$
- Une équation de la tangente à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse 2 est  $y = f'(2) \times (x - 2) + f(2)$  or  $f(2) = -4 + 4 + 1 = 1$  donc  $y = -2 \times (x - 2) + 1$  C'est à dire  $y = -2x + 5$ .  
On a obtenu :  $y = -2x + 5$

### EXERCICE 2

On considère le polynôme  $P$  défini sur  $\mathbb{R}$  par  $P(x) = x^2 + 6x + 5$

- On a  $P(-2) = 4 - 12 + 5 = -3$
- La forme canonique de  $P$  est  $P(x) = (x + 3)^2 - 3^2 + 5 = (x + 3)^2 - 9 + 5 = (x + 3)^2 - 4$
- Une factorisation de  $P(x)$  à l'aide de la forme canonique est :

$$P(x) = (x + 3)^2 - 2^2 = ((x + 3) - 2)((x + 3) + 2) = (x + 1)(x + 5)$$

- $P(x) = 0$  ssi  $(x + 1)(x + 5) = 0$  donc  $x = -1$  ou  $x = -5$

Autre méthode :  $\Delta = 36 - 20 = 16 > 0$  on a  $\sqrt{\Delta} = 4$  donc  $x_1 = \frac{-6 - 4}{2} = -5$  et  $x_2 = \frac{-6 + 4}{2} = -1$

- Le tableau de signe de  $P(x)$

Puisque :  $P(x) = (x + 1)(x + 5)$

$x$	$-\infty$	$-5$	$-1$	$+\infty$
$x + 5$	−	0	+	+
$x + 1$	−	−	0	+
$P(x)$	+	0	−	0

- D'après le tableau ci-dessus, les solutions de  $P(x) < 0$  sont les  $x$  appartenant à l'intervalle  $] -5, -1 [$

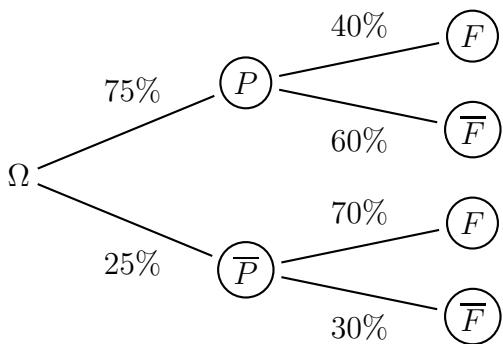
### EXERCICE 3

La bibliothèque d'un lycée comporte 150 romans policiers et 50 romans de science-fiction.  
On sait que 40% des romans policiers sont français et que 70% des romans de science-fiction sont français.  
Séraphin choisit au hasard un ouvrage parmi les 200 livres de la bibliothèque.

- Traduire la situation sous la forme d'un arbre (ou d'un tableau) de probabilités.

$P$  policier,  $\overline{P}$  science fiction,  $F$  français,  $\overline{F}$  étranger

On a :  $\frac{150}{200} = 75\%$  de romans policiers



2. La probabilité qu'il choisisse un roman policier est de 75%
3. La probabilité qu'il choisisse un roman policier français est de  $0,75 \times 0,40 = 0,3$  soit 30%
4. La probabilité qu'il choisisse un ouvrage d'un auteur français est de  $0,30 + 0,25 \times 0,70 = 0,475$ .
5. La probabilité qu'il choisisse un roman policier sachant que l'auteur est français est calculée par  $p_F(P) = \frac{p(P \cap F)}{p(F)} = \frac{0,30}{0,475} \approx 0,63$  soit environ 63%

**EXERCICE 4** On considère la suite définie par  $U_0 = 20$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , par  $U_{n+1} = 3 + \frac{1}{4} \times U_n$

1. On calcule  $U_1 = 3 + \frac{1}{4} \times 20 = \boxed{8}$  puis  $U_2 = 3 + \frac{1}{4} \times U_1 = \boxed{5}$ .
2. Comme  $\frac{U_1}{U_0} = 0,4$  et  $\frac{U_2}{U_1} = 0,625 \neq 0,4$  la suite n'est pas géométrique.
3. On définit alors la suite  $(V_n)$  par  $V_n = U_n - 4$ 
  - (a) On calcule  $V_0 = U_0 - 4 = \boxed{16}$  et  $V_1 = U_1 - 4 = \boxed{4}$
  - (b) On a pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $V_{n+1} = U_{n+1} - 4$
$$\begin{aligned}
 &= 3 + \frac{1}{4}U_n - 4 \\
 &= \frac{1}{4}(V_n + 4) - 1 \\
 &= \frac{1}{4}V_n + 1 - 1 \\
 &= \frac{1}{4}V_n \text{ donc } (V_n) \text{ est géométrique de raison } q = \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

- (c) D'après ce qui précède, pour tout  $n \in \mathbb{N}$

$$V_n = V_0 \times \left(\frac{1}{4}\right)^n = 16 \times \frac{1}{4^n} = \frac{16}{4^n} = \frac{4^2}{4^n} = \frac{1}{4^{n-2}}$$

puis, comme  $U_n = V_n + 4$ , cela donne  $U_n = 4 + \frac{1}{4^{n-2}}$