SERIE D'EXERCICES 4

EXERCICE 1 Soit la fonction f définie sur $[-2; 4]$ par $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

1. Calculer la dérivée de f.

2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle.

3. Dresser le tableau de variations de f sur $[-2; 4]$.

4. Déterminer les extremums de f sur cet intervalle.

EXERCICE 2 Soit la fonction f définie sur $[0; 6]$ par $f(x) = x^2 - 6x + 8$.

1. Calculer $f'(x)$.

2. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

3. Étudier les variations de f sur $[0; 6]$.

EXERCICE 3 Soit la fonction f définie sur $[-1; 5]$ par $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$.

1. Calculer la dérivée de f.

2. Étudier le signe de $f'(x)$.

3. Dresser le tableau de variations.

4. Déterminer la valeur minimale de f sur l'intervalle.

EXERCICE 4 Soit la fonction f définie sur $[-3; 3]$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$.

1. Calculer $f'(x)$.

2. Étudier le signe de $f'(x)$.

3. Dresser le tableau de variations de f.

EXERCICE 5 Soit la fonction f définie sur $[0; 4]$ par $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.

1. Calculer $f'(x)$.

2. Factoriser $f'(x)$.

3. Étudier les variations de f sur $[0; 4]$.

EXERCICE 6 Soit la fonction f définie sur $[-2; 2]$ par $f(x) = x^3 - 3x$.

1. Calculer la dérivée de f.

2. Résoudre $f'(x) = 0$.

3. Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle.

EXERCICE 7 Soit la fonction f définie sur $[1; 5]$ par $f(x) = -x^2 + 4x + 1$.

1. Calculer $f'(x)$.

2. Étudier les variations de f.

3. Déterminer la valeur maximale de f sur $[1; 5]$.

EXERCICE 8 Soit la fonction f définie sur $[0; 3]$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$.

1. Calculer $f'(x)$.

2. Étudier le signe de $f'(x)$.

3. Dresser le tableau de variations de f.

EXERCICE 9 (Application) Une entreprise fabrique un objet. Le coût de production (en centaines d'euros) est donné, pour $x \in [0;6]$, par $C(x) = x^2 - 6x + 10$, où x représente le nombre d'objets produits.

1. Calculer la dérivée de C.

2. Étudier les variations de C sur $[0;6]$.

3. Déterminer le nombre d'objets à produire pour minimiser le coût.

EXERCICE 10 (Application) La hauteur (en mètres) d'un projectile en fonction du temps t (en secondes) est donnée sur $[0;4]$ par $h(t) = -t^2 + 4t + 1$.

1. Calculer la dérivée de h.

2. Étudier les variations de h.

3. Déterminer la hauteur maximale atteinte par le projectile.

EXERCICE 11 (Application) Une entreprise produit des sacs. Le bénéfice, exprimé en milliers d'euros, est donné par la fonction B définie sur $[0;8]$ par $B(x) = -x^2 + 8x - 12$, où x représente le nombre de centaines de sacs produits.

1. Calculer la dérivée de la fonction B.

2. Étudier le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[0;8]$.

3. Dresser le tableau de variations de B.

4. Déterminer la quantité de sacs à produire pour obtenir un bénéfice maximal.

5. Préciser la valeur de ce bénéfice maximal.

EXERCICE 12 (Application) Le chiffre d'affaires d'une entreprise, exprimé en milliers d'euros, est modélisé sur l'intervalle $[0;6]$ par la fonction $C(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$, où x désigne le nombre de milliers d'articles vendus.

1. Calculer la dérivée de la fonction C.

2. Résoudre l'équation $C'(x) = 0$.

3. Étudier les variations de la fonction C sur l'intervalle $[0;6]$.

4. Déterminer pour quelle quantité vendue le chiffre d'affaires est maximal.

5. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 13 (Application) Une société étudie l'évolution de son résultat annuel. Celui-ci, exprimé en milliers d'euros, est donné sur l'intervalle $[1;7]$ par

$$R(x) = -2x^2 + 12x - 10,$$

où x représente le nombre d'années écoulées depuis la création de l'entreprise.

1. Calculer la dérivée de la fonction R.

2. Étudier les variations de R sur l'intervalle $[1;7]$.

3. Déterminer l'année pour laquelle le résultat est maximal.

4. Calculer ce résultat maximal.

5. Donner une interprétation concrète de ces résultats.