

### EXERCICE 1

Un joueur lance un dé parfait. Si le numéro sorti est 2 ou 4, il gagne 1,5 €, si le numéro sorti est impair il gagne 0,5 €, et si le 6 sort, il perd 5 €.

On appelle  $X$  la variable aléatoire qui à un numéro associe le gain algébrique en euros.

1. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire  $X$ .
2. Calculer  $\mathbb{E}(X)$ .

### EXERCICE 2

Une loterie organisée par une association sportive est constituée d'un ensemble de billets numérotés de 1 à 2000. Un des billets rapporte un lot de 500 €, deux billets un lot de 150 € et cinq billets un lot de 100 €. Le prix du billet est de 2 €.

On achète un billet au hasard.  $X$  est la variable aléatoire, définie sur  $\Omega$ , égale au gain algébrique procuré par le billet.

1. Déterminer les valeurs prises par  $X$  en tenant compte du prix du billet.
2. Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
3. Calculer l'espérance mathématique de  $X$ . Qu'en concluez-vous ?
4. L'association décide de limiter le nombre de billets à un nombre  $x$ , sachant que  $1 \leq x \leq 2000$ , pour que le jeu devienne équitable. Calculer  $x$ .

### EXERCICE 3

Un club de natation propose à ses adhérents trois types d'activités : la compétition  $C$ , le loisir  $L$  et l'aquagym  $A$ . Chaque adhérent ne peut pratiquer qu'une seule de ces activités. Voici la répartition des adhérents suivant l'activité choisie :

$$L : 30\%, \quad A : 20\%, \quad C : 50\%.$$

L'adhésion à la section  $L$  ou à la section  $A$  coûte 60 €, tandis que l'adhésion à la section  $C$  revient à 100 € pour l'année. En outre, le club organise chaque année une journée de rencontre, notée  $R$ , pour laquelle une participation de  $x$  euros ( $0 < x < 40$ ) par participant est demandée. Un tiers des adhérents de  $L$ , un quart de ceux de  $A$  et la moitié de ceux de  $C$  participent à cette journée.

1. Compléter le tableau suivant en inscrivant les pourcentages qui conviennent :

	$L$	$A$	$C$	Total
$R$				
$\bar{R}$				
Total	30	20	50	100

2. On interroge au hasard un membre du club. On appelle  $S$  la variable aléatoire qui à chaque adhérent associe le montant annuel à verser au club (cotisation plus participation éventuelle à la rencontre).
- Quelles sont les valeurs prises par  $S$  ?
  - Indiquer la loi de probabilité de  $S$  en fonction de  $x$ .
  - Calculer  $\mathbb{E}(S)$  en fonction de  $x$ .
  - À quel prix le directeur du club doit-il fixer la participation à la journée de rencontre s'il veut que le coût moyen par adhérent ne dépasse pas 90 € ?

**EXERCICE 4** Construire un arbre.

Un avion possède deux moteurs identiques. La probabilité que chacun d'eux tombe en panne est 0,001. On suppose que la panne d'un moteur n'a aucune influence sur la panne de l'autre moteur.

- Construire un arbre pondéré représentant la situation.
- Calculer la probabilité que les deux moteurs tombent en panne.
- Calculer la probabilité pour qu'aucun moteur ne tombe en panne.

**EXERCICE 5** Construire un arbre et étudier la loi de probabilité d'une variable aléatoire.  
Un supermarché délivre une carte à gratter à chacun des passages de ses clients à la caisse. La probabilité de découvrir "gagné" est 0,05. Soit  $X$  la variable aléatoire comptant le nombre de "gagné" après deux passages en caisse.

- Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
- Déterminer l'espérance mathématique de  $X$ .

**EXERCICE 6** Construire un arbre et étudier la loi de probabilité d'une variable aléatoire.  
On a effectué une enquête sur les destinations des vacances. Quelle que soit la personne interrogée :

$$P(M) = 0,5 \quad P(R) = 0,3 \quad P(D) = 0,2$$

où :

- $M$  : « La personne a choisi le bord de mer »,
- $R$  : « La personne choisit la randonnée en montagne »,
- $D$  : « La personne reste à son domicile ».

On rencontre successivement deux personnes interrogées durant cette enquête.

1. Construire l'arbre pondéré correspondant à cette expérience.
2. Soit  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de personnes ayant choisi des vacances à la mer.
  - a. Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
  - b. Calculer la probabilité qu'une personne au moins ait choisi des vacances à la mer.
  - c. Calculer l'espérance de  $X$ .

**EXERCICE 7** Construire un arbre et comprendre les 'au plus' ou 'au moins'.

On dispose d'une pièce de monnaie qui tombe sur Pile dans 70% des cas. On lance trois fois cette pièce. Soit  $X$  la variable aléatoire comptant le nombre de fois où l'on fait Pile.

1. Construire un arbre illustrant cette expérience.
2. Calculer la probabilité d'obtenir exactement 2 fois Pile.
3. Calculer la probabilité d'obtenir au moins 1 fois Pile.
4. Calculer la probabilité d'obtenir au plus 2 fois Pile.