Série d'exercices sur les suites

EXERCICE 1 Calculer les cinq premiers termes de la suites U dans les quatre cas suivants :

1. $U_n = \dfrac{n+1}{n+2}$.

2. $U_0 = 5$ et $U_{n+1} = 2U_n - 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

3. $U_0 = 0, \quad U_1 = 1$ et $U_n = U_{n-1} + U_{n-2}$ pour tout eniter $n \geqslant 2$.
(La suite de Fibonacci.)

4. $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = 3U_n - 2n + 1$.

EXERCICE 2 Calculer les cinq premiers termes des deux suites U et V définies par $U_0 = -2$, $V_0 = 1$ et $\begin{cases} U_{n+1} = U_n + V_n - 3 \\ V_{n+1} = 2U_n - V_n + 1 \end{cases}$

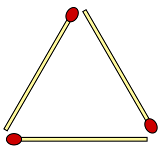
EXERCICE 3 Soit V la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = 2n^2 - 3n + 2$.

1. Exprimer V_{n+1} en fonction de n.

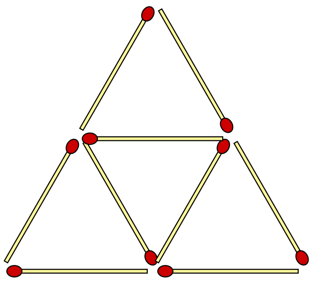
2. Étudier le signe de $V_{n+1} - V_n$ en fonction de n.

3. Que peut-on en conclure ?

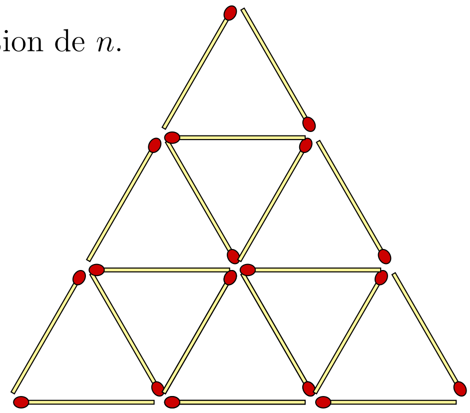
EXERCICE 4



Étape 1



Étape 2



Étape 3

On considère la construction ci-dessus réalisée par étapes.
On note U_n le nombre d'allumettes nécessaire sà la construction de étape n.

1. Déterminer la définition récursive de la suite U.

2. Parmi les expression directes suivantes laquelle est celle définissant U_n :

a) $U_n = \dfrac{3n^2 + 3n}{2}$

b) $U_n = n^2 + 2n$

c) $U_n = \dfrac{3n^2 - n}{2} + 1$

d) $U_n = n^2 + \dfrac{3n+1}{2}$