

En général :

Qu'appelle-t-on loi de probabilité d'une expérience aléatoire ?

..... une expérience dont le résultat dépend du hasard

Qu'appelle-t-on variable aléatoire associée à cette expérience aléatoire ?

.. une "règle du jeu" ou une fonction qui à toute issue de l'expérience aléatoire associe un nombre réel ..

On lance ce dé et on lit la face supérieure. Si on obtient le "6" alors on gagne 5 euros si on obtient 2 ou 4, on ne gagne qu'un euro. Si on obtient le 1, le 3 ou le 5, on perd 2 euros. On appelle X le gain (éventuellement négatif). Écrire la loi de probabilité de la variable X

$x = k$	5	1	-2
$P(X = k)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

Une loterie organisée par une association sportive est constituée d'un ensemble de billets numérotés de 1 à 2000. Un des billets rapporte un lot de 500 €, deux billets un lot de 150 € et cinq billets un lot de 100 €. Le prix du billet est de 2 €.

On achète un billet au hasard. X est la variable aléatoire, définie sur Ω , égale au gain algébrique procuré par le billet.

- Déterminer les valeurs prises par X en tenant compte du prix du billet.

..... X peut prendre les valeurs -2 ou 148 ou 98 ou 498 euros

- Déterminer la loi de probabilité de X .

$x = k$	-2	98	148	498
$P(X = k)$	$\frac{1992}{2000}$	$\frac{5}{2000}$	$\frac{2}{2000}$	$\frac{1}{2000}$

- Calculer l'espérance mathématique de X . Qu'en concluez-vous ?

$$E(X) = -2 \times \frac{1992}{2000} + 98 \times \frac{5}{2000} + 148 \times \frac{2}{2000} + 498 \times \frac{1}{2000} = -1,35 < 0,$$

le jeu est favorable à l'organisateur

- [Bonus] L'association décide de limiter le nombre de billets à un nombre x , sachant que $1 \leq x \leq 2000$, pour que le jeu devienne équitable. Calculer x .

$$\text{On recherche } x \text{ pour que } 0 = E(X) = -2 \times \frac{x-8}{x} + 98 \times \frac{5}{x} + 148 \times \frac{2}{x} + 498 \times \frac{1}{x},$$

on obtient : $0 = \frac{2x-1300}{x}$ donc $x = 650$. Il faut vendre 650 billets.