Série d'exercices : degré 1

EXERCICE 1 On considère la suite (u_n) définie pour $n \geq 0$ par $u_0 = -1$ et la relation de récurrence valable pour tous les rangs n entiers : $5u_{n+1} - 2u_n = 0$.

1. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont précisera la raison.

2. Donner l'expression de u_n en fonction de n (forme explicite).

3. Calculer u_{10} et u_{11}.

4. Calculer $S_{10} = u_0 + \cdots + u_{10}$.

EXERCICE 2 Un homme fait un pas d'un mètre puis d'un demi mètre puis d'un quart de mètre ..... réduisant de moitié a chaque fois la distance de moitie, sans jamais cesser ces pas.
L'homme fait me distance finie ou marche-t-il a l' infini ? Aide

1. Calculer la somme D_3 parcourue en 3 pas

2. Calculer la somme D_n parcourue en n pas .

3. Donner D_{20}, D_{100}

4. Que peut-on dire de la limite de la suite (D_n) lorsque n tend vers plus infini.

EXERCICE 3 Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 2$ et pour tout $n \geqslant 0 : u_{n+1} = \dfrac{3u_n - 2}{2u_n - 1}$.

1. (a) Calculer u_1, u_2 et u_3.

(b) Montrer que, pour tout $n \geqslant 0 : u_{n+1} = 1 + \dfrac{u_n - 1}{2u_n - 1}$.

(c) En déduire, à l'aide d'un raisonnement par récurrence, qu'on a toujours : $u_n > 1$.

2. Soit (v_n) la suite définie pour tout $n \geqslant 0$ par : $v_n = \dfrac{1}{u_n - 1}$.

(a) Calculer $v_{n+1} - v_n$ et en déduire que la suite (v_n) est une suite arithmétique.

(b) Ecrire v_n puis u_n en fonction de n.

EXERCICE 4 Soit (u_n) la suite définie par $u_1 = 0$ et pour tout entier $n > 0 : u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}$.

1. Démontrer par récurrence que (u_n) est croissante et majorée par 2. Que peut-on en déduire ?

2. Trouver la limite de (u_n).

EXERCICE 5 Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = -1$ et pour tout entier naturel $n : u_{n+1} = 0,2u_n + 0,6$.

1. On pose $v_n = u_n - 0,75$. Montrer que (v_n) est géométrique. Déterminer sa limite,

2. Exprimer u_n en fonction de n.

3. Calculer $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$.

4. Déterminer la limite de (S_n).