

SANS CALCULATRICE

Minitest

Nom :

Prénom :

On considère la suite définie sur \mathbb{N} par $u_0 = 20$ et $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 3$

1. Calculer u_1, u_2, u_3, u_4 .

2. Quelles conjectures peut-on observer à propos du sens de variation de u ainsi que d'un éventuel minorant ?

3. On souhaite démontrer celles-ci par récurrence. Compléter les cases laissées éventuellement vides :

Définition : pour tout $n \in \mathbb{N}$, soit H_n la proposition : " $\leqslant u_{n+1} < u_n$ "

Initialisation : pour l'entier $n = 0$, on a :

donc

la proposition H est vraie au rang 0

Hérédité : Soit n un entier supérieur ou égal à 0, pour lequel on suppose que la proposition H est vraie

pour cet entier on a donc

donc

en multipliant tous les termes par

donc

en

c'est à dire

donc la proposition H est vraie au rang $n + 1$

Conclusion : on sait que H est vraie pour l'entier initial 0

et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, si la proposition est vraie au rang alors on a démontré qu'elle

était encore vraie au rang

donc par récurrence, pour tout $n \in \mathbb{N}$, la proposition H est vraie.

C'est à dire pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

On peut donc conclure que la suite u est