

SANS CALCULATRICE

Minitest N°03

Nom :

Prénom :

Quelle est l'originale de la fonction définie par $F(p) = \frac{1}{p}(1 - e^{-3p}) + \frac{2}{p^2} + \frac{3}{p^2 + 16} + \frac{4p}{p^2 + 9}$?

On souhaite résoudre $y' + 3y = 4U(t)$ sachant que $y(0) = 2$ en utilisant la transformée de Laplace.
Compléter le raisonnement suivant :

Transformons en Laplace, on obtient : $pY - 2 + 3Y = \dots$

Puis : $(p + 3)Y = \dots$

Enfin : $Y = \frac{2}{p+3} + \dots$

Décomposons en éléments simples ce qui doit l'être : $\frac{4}{p(p+3)}$

On note : $G(p) = \frac{4}{p(p+3)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p+3}$

Pour trouver A , on calcule $\lim_{p \rightarrow 0} p \times G(p) = \dots = A + 0$ donc $A = \dots$

Pour trouver B , on calcule $\lim_{p \rightarrow -3} (p+3) \times G(p) = \dots = 0 + B$ donc $B = \dots$

On a donc $G(p) = \dots - \dots$

Puis $Y(p) = \frac{2}{p+3} + \dots$

On peut alors reconnaître les originaux :

$y(t) = 2 \times \dots + \dots - \dots$

C'est à dire $y(t) = \left(\frac{2}{3}e^{-3t} + \frac{4}{3}\right)U(t)$ en regroupant les termes.