

Nom :

Prénom :

Quelle est l'originale de la fonction définie par  $F(p) = \frac{1}{p}(1 - e^{-3p}) + \frac{2}{p^2} + \frac{3}{p^2 + 16} + \frac{4p}{p^2 + 9}$  ?

On souhaite résoudre  $y' + 3y = 4U(t)$  sachant que  $y(0) = 2$  en utilisant la transformée de Laplace.  
Compléter le raisonnement suivant :

Transformons en Laplace, on obtient :  $pY - 2 + 3Y = \dots$

Puis :  $(p + 3)Y = \dots$

Enfin :  $Y = \frac{2}{p + 3} + \dots$

Décomposons en éléments simples ce qui doit l'être :  $\frac{4}{p(p + 3)}$

On note :  $G(p) = \frac{4}{p(p + 3)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p + 3}$

Pour trouver  $A$ , on calcule  $\lim_{p \rightarrow 0} p \times G(p) = \dots = A + 0$  donc  $A = \dots$

Pour trouver  $B$ , on calcule  $\lim_{p \rightarrow -3} (p + 3) \times G(p) = \dots = 0 + B$  donc  $B = \dots$

On a donc  $G(p) = \dots - \dots$

Puis  $Y(p) = \frac{2}{p + 3} + \dots$

On peut alors reconnaître les originaux :

$y(t) = 2 \times \dots + \dots - \dots$

C'est à dire  $\boxed{y(t) = \left(\frac{2}{3}e^{-3t} + \frac{4}{3}\right)U(t)}$  en regroupant les termes.