Minitest N°8 $\longrightarrow$ SANS CALCULATRICE

Nom :

Prénom :

On considère l'équation différentielle $y' + 5y = 12$ et la condition initiale $y(0) = 8$

Étape 1 Résolution de l'équation homogène associée $y' + 5y = 0$, notée (H)

$y' + 5y = 0$ équivaut à, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $\times$ tout par : ....

équivaut à, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : ....

équivaut à, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $(y(x) \times e^{5x})' =$ ....

équivaut à, il existe un réel $C \in \mathbb{R}$ tel que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : ....

équivaut à, il existe un réel $C \in \mathbb{R}$ tel que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $y(x) =$ ....

Étape 2 Recherche d'une solution particulière de l'équation complète : $y' + 5y = 12$

S'il existe une solution particulière, notée, y_p, constante sur $\mathbb{R}$ alors

il existe un réel K tel que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $y_p(x) =$ ....

dans ce cas pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $y_p'(x) =$ ....

l'équation $y' + 5y = 12$ devient alors : pour tout $x \in \mathbb{R}$, ...

finalement on obtient $K =$ ....

Une solution particulière de l'équation complète est alors $y_p(x) =$ ....

Étape 3 Obtention de toutes les solutions de l'équation complète (E) : $y' + 5y = 12$

On sait déjà que $y_p' + 5y_p = 12$

y est une solution de (E) équivaut à $y' + 5y = 12$

équivaut à ....

équivaut à $(y - y_p)$ est une solution de ....

équivaut à il existe $C \in \mathbb{R}$, tel que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

Finalement toutes les solutions des (E) sont les fonctions y vérifiant :

pour tout $x \in \mathbb{R}$, $y(x) =$ ....

où C est une constante réelle quelconque.

Étape 4 Avec la conditions initiale.

Sachant que $y(0) = 8$ cela donne : ....

donc $C =$ ....

L'unique solution du problème est alors la fonction y vérifiant :

pour tout $x \in \mathbb{R}$, $y(x) =$ ....