

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points $A(5; -2; 1)$, $B(1; 2; 3)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(6; 2; 5)$.

1• Calculer les composantes du vecteur \overrightarrow{AB} et du vecteur \overrightarrow{CD} .

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

2• Les deux vecteurs sont-ils colinéaires ? Pourquoi ?

S'il existait $k \in \mathbb{R}$, tel que $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$ alors on aurait :

$-4k = 5$ et $4k = 2$ et $2k = 4$ donc $k = \frac{-5}{4}$ et $k = 2$ et $k = \frac{1}{2}$ ce qui est incompatible

donc il n'existe pas de réel k tel que $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$ donc les deux vecteurs ne sont pas colinéaires.

3• Établir un système d'équations paramétriques de la droite (AB) .

$M(x; y; z) \in (AB)$ ssi \overrightarrow{AM} et \overrightarrow{AB} sont colinéaires
ssi $\exists k \in \mathbb{R}$, $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$

$$\text{ssi } \exists k \in \mathbb{R}, \begin{cases} x = 5 - 4k \\ y = -2 + 4k \\ z = 1 + 2k \end{cases}$$

4• Le point $E(-35; 38; 21)$ appartient-il à (AB) ?

$$\text{Il existe-t-il un réel } k \text{ tel que } \begin{cases} -35 = 5 - 4k \\ 38 = -2 + 4k \\ 21 = 1 + 2k \end{cases} \text{ cela donne : } \begin{cases} -40 = -4k \\ 40 = 4k \\ 20 = 2k \end{cases}$$

donc $k = 10$

Puisqu'il existe un paramètre k pour que x , y et z soient ceux de E , on a $E \in (AB)$

5• Calculer les coordonnées du point F de (AB) dont l'abscisse est 15.

Puisque $F \in (AB)$, on a $15 = 5 - 4k$ donc $10 = -4$ donc $k = -2,5$ ce qui permet alors de calculer $y = -2 + 4k = -12$ et $z = 1 + 2k = -4$ donc $F(15; -12; -4)$

Si on considère la droite (d) dont un système d'équations paramétriques est : $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 5 + 7t \end{cases}$

6• Citer un point de (d) .

Avec $t = 0$, on obtient les coordonnées $(1; -3; -5)$ qui est un point de (d)

7• Citer un vecteur directeur de (d) ?

En le système on lit les composantes d'un vecteur directeur de (d) $\vec{w} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

8• Pourquoi $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 13 \end{pmatrix}$ n'est pas un vecteur directeur de (d) ?

Parce que \vec{w} et \vec{u} ne sont clairement pas colinéaires.

9• Le point $G(9; 13; 61)$ est-il situé sur (d) ?

oui il suffit de choisir $k = 8$ (voir méthode 4)

10• les droites (AB) et (d) sont-elles parallèles ?
non car \overrightarrow{AB} et \vec{w} ne sont clairement pas colinéaires (voir méthode 2)