

Exploiter la définition du logarithme népérien

EXERCICE 1 Recopier et compléter les expressions.

a. $\ln(e^{-5}) = \dots$	d. $\ln(e^{\dots}) = \frac{1}{e}$
b. $e^{\ln(\frac{1}{2})} = \dots$	e. $e^{\ln(\dots)} = \sqrt{2}$
c. $\ln(\dots) = -1$	f. $\ln(\dots) = \frac{3}{7}$

EXERCICE 2 Résoudre dans \mathbb{R} les équations.

a. $e^x = \pi$	d. $e^x = \sqrt{3}$
b. $5e^x - 1 = 3$	e. $e^{2x} - 1 = 0$
c. $e^x(2 - e^x) = 0$	f. $e^x(e^x + 1) = 0$

EXERCICE 3 Résoudre dans $]0; +\infty[$ les équations.

a. $\ln(x) = 4$	d. $\ln(3x) = 1$
b. $3\ln(x) = -5$	e. $1 - 2\ln(x) = 0$
c. $\ln(x) - \sqrt{3} = 0$	f. $(\ln(x))^2 = 1$

Transformer une écriture à l'aide des relations fonctionnelles

EXERCICE 4 Exprimer en fonction de $\ln(7)$ chacun des nombres réels suivants.

a. $\ln(7^2)$	d. $\ln(343) - 2\ln(7)$
b. $\ln\left(\frac{1}{49}\right)$	e. $\ln(\sqrt{8} + 1) + \ln(\sqrt{8} - 1)$
c. $\ln(56) - \ln(8)$	

EXERCICE 5 Exprimer en fonction de $\ln(3)$ et $\ln(5)$ chacun des nombres réels suivants.

a. $\ln(45)$	d. $\ln\left(\frac{9}{25}\right)$
b. $\ln(225) - \ln(25)$	e. $\ln\left(\frac{2}{3}\right) + \ln\left(\frac{9}{5}\right) + \ln\left(\frac{1}{10}\right)$
c. $\ln(\sqrt{15})$	

EXERCICE 6 Dans chaque cas, dire si les nombres réels A et B sont égaux ou non.

- | | |
|--|---|
| a. $A = \ln(6) + \ln(11)$ et $B = \ln(17)$. | c. $A = \ln(7) \times \ln(9)$ et $B = \ln(63)$. |
| b. $A = \ln(8) - \ln(4)$ et $B = \ln(2)$. | d. $A = \ln(\sqrt{5} + 2) + \ln(\sqrt{5} - 2)$ et $B = 0$. |

EXERCICE 7 Simplifier les expressions.

- | | | | | |
|-------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|--|
| a. $\ln\left(\frac{5e^3}{2}\right)$ | b. $\ln\left(\frac{15e^2}{32}\right)$ | c. $\ln\left(\frac{100}{7e^4}\right)$ | d. $20 \ln(2\sqrt{e}) - e^{2\ln(2)}$ | e. $\ln\left(3e^{\frac{1}{2}}\right) \times e^{3\ln(2)}$ |
|-------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|--|

Résoudre des équations avec la fonction logarithme népérien

Pour chacune des équations, déterminer l'ensemble des nombres réels x pour lesquels elle est définie, puis la résoudre dans \mathbb{R} .

EXERCICE 8

- | | | |
|-------------------------|----------------------------------|---------------------------------------|
| a. $\ln(x+3) = \ln(5)$ | b. $\ln(x^2 + x) = \ln(5)$ | c. $\ln\left(\frac{1}{x}\right) = -2$ |
| d. $\ln(x^2) = \ln(16)$ | e. $\ln(2x-1) + \ln(x) = \ln(3)$ | |

EXERCICE 9

- | | |
|---------------------------------|--|
| a. $\ln(2-x) - 1 = 0$ | d. $\ln\left(\frac{1}{x-1}\right) = 1$ |
| b. $\ln(x) + \ln(x-1) = \ln(3)$ | e. $\ln(x^2+1) - \ln(4x-1) = 0$ |
| c. $\ln(4x^2-81) = 1$ | f. $\ln(x-2) + \ln(2x-1) = 2\ln(2)$ |

Étudier une fonction comportant la fonction logarithme népérien

EXERCICE 10 Pour chacune des fonctions suivantes définies et dérivables sur $]0 : +\infty[$, dresser son tableau de variations.

- | | |
|--|----------------------------------|
| a. $f : x \mapsto 5x - 1 - \ln(x)$ | c. $h : x \mapsto \ln(x) - 2x^2$ |
| b. $g : x \mapsto 2\ln(x) - \frac{1}{x}$ | d. $k : x \mapsto (x+1)\ln(x)$ |

Étudier des limites avec la fonction logarithme népérien

EXERCICE 11 Étudier la limite en 0 et en $+\infty$ de chacune des fonctions suivantes, définies sur $]0; +\infty[$.

- | | |
|---------------------------------|------------------------------------|
| a. $f : x \mapsto \ln(x) - 3x$ | c. $h : x \mapsto (\ln(x))^2 - 5x$ |
| b. $g : x \mapsto 2x - x\ln(x)$ | d. $k : x \mapsto x^2 - \ln(x)$ |