

Calcul numérique et algébrique

► Exercice n°1

Mettre une croix dans les cases qui conviennent :

	entier	décimal	rationnel	irrationnel
3,5				
$\frac{42}{7}$				
$\frac{3}{4}$				
$\frac{6}{7}$				
$\sqrt{5}$				
$\sqrt{81}$				
0,00032				

► Exercice n°2

Compléter les phrases suivantes par « multiple » ou « diviseur » :

- 75 est un de 5.
- 11 est un de 99.
- 3 est un de 243.

► Exercice n°3

Compléter les phrases suivantes :

- Si le chiffre des unités d'un nombre entier est 0, 2, 4, 6 ou 8 alors ce nombre est divisible par
- Si le chiffre des unités d'un nombre entier est 0 ou 5 alors ce nombre est divisible par
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 3 alors ce nombre est divisible par
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 9 alors ce nombre est divisible par

► Exercice n°4

- Déterminer les cinq premiers multiples de 54.

- Déterminer les cinq premiers multiples de 90.

- Deux bus A et B quittent une station en même temps. Le bus A revient à la station toutes les 54 minutes et le bus B toutes les 90 minutes. Au bout de combien de temps les deux bus se retrouveront-ils ensemble à cette station pour la première fois ?

► Exercice n°5

Déterminer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses :

	V	F
$3^3 \times 6$ est une décomposition de 162 en produit de facteurs premiers		
$2^4 \times 5$ est une décomposition de 80 en produit de facteurs premiers		
$\frac{18}{24}$ est une fraction irréductible		
$\frac{13}{24}$ est une fraction irréductible		
$\frac{25}{26} = \frac{5}{6}$		

► Exercice n°6

Écrire le résultat des opérations suivantes sous la forme d'une fraction irréductible :

a) $\frac{1}{3} + \frac{5}{2}$

b) $\frac{1}{4} + \frac{4}{3}$

c) $-\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$

d) $\frac{5}{12} - \frac{5}{8}$

e) $\frac{7}{8} \times \frac{6}{13}$

f) $5 - \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{2}\right)$

g) $\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}$

h) $\frac{-3}{\frac{2}{3} - \frac{8}{7}}$

i) $\frac{\frac{6}{35}}{\frac{3}{5}}$

► Exercice n°7

Réduire au même dénominateur et simplifier les expressions suivantes :

a) $3x + \frac{1}{x}$

b) $\frac{1}{x^2} + \frac{4}{x}$

c) $\frac{2}{x} - \frac{x}{2}$

d) $\frac{1}{a} + \frac{2}{b}$

e) $\frac{b+1}{ab} - \frac{4}{a}$

f) $\frac{x}{x+1} - \frac{1}{2}$

► Exercice n°8

Développer les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables :

- a) $(x+7)^2$ b) $(3x+4)^2$ c) $(x-6)^2$
- d) $(1-4x)^2$ e) $\left(\frac{1}{2}x+1\right)^2$ f) $(2x-7)(2x+7)$
- g) $\left(\frac{1}{3}x-4\right)\left(\frac{1}{3}x+4\right)$ h) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$ i) $(3-\sqrt{2})^2$
- j) $\left(\sqrt{3}-\frac{1}{2}\right)^2$ k) $(\sqrt{5}-2\sqrt{2})(\sqrt{5}+2\sqrt{2})$ l) $(3x+1)^2+(5x-4)^2$

► Exercice n°9

Factoriser les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables :

- a) x^2-49 b) $x^2-\frac{1}{4}$ c) $4x^2-1$
- d) $\frac{9}{4}x^2-16$ e) x^2-3 f) $(x+1)^2-4$
- g) $(2x-1)^2-(3x+2)^2$ h) x^2+2x+1 i) x^2+6x+9
- j) $9x^2-12x+4$ k) $9x^2-6x+1$ l) $\frac{1}{4}x^2-x+1$

► Exercice n°10

Simplifier l'écriture des réels suivants :

- a) $(\sqrt{7})^2$ b) $(-2\sqrt{3})^2$ c) $(-4\sqrt{5})^2$
- d) $(2\sqrt{2})^3$ e) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ f) $\frac{12\sqrt{5}}{\sqrt{3}\times\sqrt{15}}$

► Exercice n°11

Développer et simplifier les expressions suivantes :

- a) $(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})$ b) $(2\sqrt{5}+1)(2\sqrt{5}-1)$
- c) $(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2+(\sqrt{15}-1)^2$ d) $(\sqrt{4-\sqrt{7}}+\sqrt{4+\sqrt{7}})^2$

► Exercice n°12

Compléter les égalités suivantes :

- a) $10^{\dots} \times 10^5 = 10^{-3}$ b) $10^{\dots} \times 10^{-4} = 10^7$ c) $\frac{10^{\dots}}{10^{-3}} = 10^{-1}$
- d) $\frac{10^4}{10^{\dots}} \times 10^{-6} = 10^5$ e) $0,003 \times 10^{-5} = 3 \times 10^{\dots}$ f) $123,12 \times 10^{\dots} = 1,2312 \times 10^{-5}$

► Exercice n°13

- Exprimer l'expression suivante avec une seule puissance de 2 : $2^4 \times 2^8 \times (2^{-5})^3$
- Exprimer l'expression suivante avec une seule puissance de 3 : $\frac{3^{-24} \times (3^4)^7}{3^5}$
- Exprimer l'expression suivante avec une seule puissance de 3 : $(-3^4)^2 \times 9^6 \times 27^{-2}$
- Exprimer l'expression suivante avec uniquement des puissances de 3 et 10 : $\frac{(3^3 \times 10^{-3})^2}{3 \times 10^{-8}}$
- Exprimer l'expression suivante avec uniquement des puissances de 2, 3 et 5 : $\frac{(-18)^2 \times 5}{15^2 \times 3}$

► Exercice n°14

Écrire en notation scientifique les réels suivants :

- a) $15,8 \times 10^2$ b) $135,33 \times 10^{-3}$ c) $0,002 \times 10^{-5}$
- d) $0,071 \times 10^5$ e) $123,12 \times 10^3$ f) $-0,000134 \times 10^{-7}$

► Exercice n°15

Factoriser les expressions suivantes en cherchant le meilleur facteur commun :

- a) x^2-x b) $3(x+1)+(x+1)^2$
- c) $(6x+3)-4x(2x+1)$ d) $3(2x-1)-(x+2)(4x-2)$
- e) $4x^3-6x^2$ f) $(3x+3)^2-x(x+1)$

► **Exercice n°16**

Factoriser les expressions suivantes :

- a) $x^2 - 4 + (2x + 3)(x - 2)$ b) $4x(x^2 - 9) - x(x - 3)$
 c) $(2x + 5)(4 + 2x) + 4 - x^2$ d) $(x - 3)(2x - 1)^2 - (4x - 12)$

► **Exercice n°17**

- Compléter l'égalité : $x^2 + 2x - 8 = (x + \dots)^2 - \dots$. En déduire une factorisation de $x^2 + 2x - 8$.
- Compléter l'égalité : $x^2 - 2x - 3 = (x - \dots)^2 - \dots$. En déduire une factorisation de $x^2 - 2x - 3$.
- Compléter l'égalité : $x^2 - 4x - 5 = (x - \dots)^2 - \dots$. En déduire une factorisation de $x^2 - 4x - 5$.

► **Exercice n°18**

Écrire sans racine au dénominateur les nombres suivants :

- a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ b) $-\frac{2}{\sqrt{7}}$ c) $\frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$
 d) $\frac{1}{\sqrt{6} - \sqrt{5}}$ e) $\frac{1}{3 - \sqrt{2}}$ f) $\frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$

► **Exercice n°19**

Montrer que pour tout réel x positif différent de 1, on a : $\frac{1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} = \frac{2}{1 - x}$

► **Exercice n°20**

Les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle ont pour dimension $2\sqrt{2}$ et $2 - \sqrt{2}$. Calculer les valeurs exactes de son hypoténuse, de son périmètre et de son aire.

► **Exercice n°21**

- Que fait l'algorithme ci-dessous :

```
Variables: i
1: DEBUT_ALGORITHME
2:   POUR i ALLANT_DE 1 A 10
3:     AFFICHER i3
4:   FIN_POUR
5: FIN_ALGORITHME
```

- Que fait ce deuxième algorithme :

```
Variables: i
1: DEBUT_ALGORITHME
2:   i ← 1
3:   TANT_QUE (i3 < 500) FAIRE
4:     i ← i+1
5:   FIN_TANT_QUE
6:   AFFICHER i
7: FIN_ALGORITHME
```

► **Exercice n°22**

Montrer que le produit de deux entiers impairs est forcément impair.

► **Exercice n°23**

- Soit n un entier impair et k l'entier tel que $n = 2k + 1$.
 - Développer $(2k + 1)^2$.
 - n^2 est-il pair ou impair ?
 - Compléter les phrases suivantes :
 « Le carré d'un entier impair est forcément Donc si le carré d'un entier est pair, cet entier est forcément »
- On cherche à montrer que $\sqrt{2}$ ne peut pas être rationnel en montrant que si $\sqrt{2}$ pouvait être égal à une fraction irréductible $\frac{p}{q}$ (p et q entiers) on aboutirait à une contradiction.
 - Montrer que si $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ alors on aurait $p^2 = 2q^2$ et donc que p^2 et p seraient pairs.
 - En remplaçant p par $2k$ dans $p^2 = 2q^2$, montrer que si p était pair alors q^2 et q le seraient aussi. La fraction $\frac{p}{q}$ pourrait-elle être alors irréductible ?