EXERCICE 1 On considère l'expérience aléatoire suivante : Une première urne contient cinq boules numérotées 0,2,4,6,8. Une deuxième urne contient cinq boules numérotées 1,2,3,4,5. On appelle "partie" le fait de tirer au hasard une boule de la première urne, puis une boule de la deuxième. Une partie a donc 25 résultats possibles supposés équiprobables.

1. (a) Compléter le tableau donnant la somme des deux nombres obtenus pour chacun des résultats possibles.

+	0	2	4	6	8
1	1	3	5	7	9
2	2	4	6	8	10
3	3	5	7	9	11
4	4	6	8	10	12
5	5	7	9	11	13

   (b) Quelle est la probabilité d'obtenir pour une partie une somme égale à 7 ?

   $P(S = 7) = \frac{3}{25}$

   (c) Quelle est la probabilité d'obtenir pour une partie une somme paire ?

   $P(S \text{ paire}) = \frac{10}{25} = \boxed{\frac{2}{5}}$

   (d) Quelle est la probabilité d'obtenir pour une partie une somme au plus égale à 6 ?

   $P(S \leq 6) = \frac{9}{25}$

2. On considère le jeu suivant associé à chaque partie. Un joueur gagne :

   10 € si la somme est paire, 30 € si la somme est 1,3, ou 5 , et ne gagne rien dans les autres cas. On appelle X la variable aléatoire qui à chaque partie associe son gain en euros.

   (a) Calculer la probabilité de gagner 30 € .

   $P(X = 30) = \frac{5}{25} = \boxed{\frac{1}{5}}$

   (b) Donner sous forme de tableau la loi de probabilité de la variable aléatoire X .

x_i	0	10	30
$P(X = x_i)$	$\frac{10}{25}$	$\frac{10}{25}$	$\frac{5}{25}$

   (c) Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X.

$$E(X) = 0 \times \frac{10}{25} + 10 \times \frac{10}{25} + 30 \times \frac{5}{25} = \boxed{10}$$

(d) L'organisateur demande 6 € pour obtenir le droit de jouer. Ce jeu est-il équitable ?

Le gain moyen est de 10 €. Après paiement des 6 €, le gain moyen est $10 - 6 = 4$ €.
Le jeu n'est donc pas équitable. Il est favorable au joueur.

EXERCICE 2 Soit $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 72x + 2$

1. Calculer $f'(x)$

   $f'(x) = 6x^2 + 6x - 72$

2. Montrer que $f'(x) = 6(x-3)(x+4)$

$$6(x-3)(x+4) = 6(x^2 + x - 12) = 6x^2 + 6x - 72 = f'(x)$$

3. En déduire les variations de f

   Le signe de $f'(x)$ est celui de $(x-3)(x+4)$.

x	$-\infty$		-4		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

4. Quelle est la valeur exacte d'un minimum relatif de f ?

   Le minimum relatif est atteint en $x = 3$:

$$f(3) = 2 \times 27 + 3 \times 9 - 72 \times 3 + 2 = 54 + 27 - 216 + 2 = \boxed{-133}$$