

2_{pts} **Soin :** écriture lisible, régulière, traits au crayon et à la règle, exercices séparés clairement.

3_{pts} **EXERCICE 1** A l'aide de la calculatrice donner la valeur exacte de U_5 dans les trois cas suivants :

1. En sachant que $U_n = 3n + 1$
2. En sachant que $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = 2U_n + 3$
3. En sachant que $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = 3U_n + 2n + 1$

4_{pts} **EXERCICE 2** Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on donne : $U_n = 5n + 4$

1. Calculer U_0, U_1, U_2, U_3 .
2. Exprimer U_{n+1} en fonction de n
3. En déduire que $U_{n+1} - U_n = 5$
4. A quelle famille appartient cette suite (U_n) ? Quelle est sa raison ?
5. Écrire alors sa définition récursive.

3_{pts} **EXERCICE 3** Sachant que U est arithmétique, que $U_5 = 45$ et que $U_{10} = 125$,

1. Rappeler la définition explicite ou directe d'une suite arithmétique.
2. Montrer que $R = 16$ puis calculer U_0
3. Montrer que $U_{32} = 477$
4. Combien y a-t-il de termes de U_0 à U_{32} ?
5. En déduire la valeur exacte de la somme $S = U_0 + \dots + U_{32}$

4pts **EXERCICE 4** On considère la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $U_0 = 3$ et $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + 8$.

1. Calculer U_1 et U_2 .
2. Expliquer pourquoi la suite n'est ni arithmétique ni géométrique.
3. On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$, $V_n = U_n - 12$. Montrer que la suite (V_n) est géométrique. Donner sa raison et son premier terme V_0
4. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, écrire V_n puis U_n en fonction de n

4pts **EXERCICE 5**

Au 1^{er} janvier 2026, un arboriculteur possède 5 000 pommiers. Chaque année :

- il arrache 4 % des pommiers car ils sont endommagés ;
- il replante 300 nouveaux pommiers.

On modélise la situation par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n , u_n représente le nombre de pommiers possédés par l'arboriculteur au 1^{er} janvier de l'année $(2026 + n)$.

On obtient ainsi une suite (u_n) telle que : $u_0 = 5\,000$ et $u_{n+1} = 0,96u_n + 300$, pour tout entier naturel n .

1. Calculer u_1 et u_2 .

Combien de pommiers possèdera l'arboriculteur au 1^{er} janvier 2027 ?

2. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 7\,500$, pour tout entier naturel n .
 - (a) Montrer que $v_{n+1} = 0,96v_n$. En déduire la famille à laquelle appartient la suite (v_n) . On précisera la raison et le premier terme v_0 .
 - (b) Donner la définition directe de la suite (v_n) .
 - (c) En déduire que, pour tout entier naturel n : $u_n = 7\,500 - 2\,500 \times 0,96^n$.