

EXERCICE 1 Lire les coefficients d'un trinôme

Dans chacun des cas suivants, donner les valeurs de a , b et c .

• $f(x) = 3x^2 - 7x + 5$	• $h(x) = 5x^2 - 3$
• $g(x) = -2x^2 + 4x$	• $k(x) = -x^2 + 6x - 8$

EXERCICE 2 Déterminer les coefficients d'un trinôme

Développer et mettre sous la forme $ax^2 + bx + c$ les fonctions suivantes, puis donner les valeurs de a , b et c :

• $p(x) = x(6 - 4x) - 1$	• $q(x) = (x + 5)^2$	• $r(x) = (3x + 1)(x - 5)$
--------------------------	----------------------	----------------------------

EXERCICE 3 Déterminer la forme canonique

Mettre chacune des fonctions suivantes sous forme canonique.

• $f(x) = x^2 - 6x + 5$	• $h(x) = 2x^2 - 8x + 3$
• $g(x) = x^2 + 4x - 1$	• $k(x) = -x^2 + 6x - 2$

EXERCICE 4 Déterminer le sommet à partir de la forme canonique

Pour chacune des fonctions suivantes, donner les valeurs de α et β , puis les coordonnées du sommet de la parabole représentative.

• $f(x) = 2(x - 3)^2 - 5$	• $h(x) = (x - 1)^2 + 7$
• $g(x) = -3(x + 2)^2 + 4$	• $k(x) = -2(x + 4)^2 - 3$

EXERCICE 5 Exploiter la forme canonique

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$.

1. Déterminer la forme canonique de f .
2. En déduire les coordonnées du sommet de la parabole représentative de f .
3. La parabole est-elle tournée vers le haut ou vers le bas ?
4. En déduire si f admet un maximum ou un minimum.

EXERCICE 6 Déterminer les racines par la règle du produit nul

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes d'inconnue x avec la règle du produit nul.

• $(x - 4)(3x + 1) = 0$	• $x^2 - 25 = 0$
• $(8x - 2)^2 = 0$	• $(2x - 3)(x + 5) = 0$

EXERCICE 7 Factoriser à partir de la forme canonique
Factoriser les expressions suivantes.

$$\bullet (x-3)^2 - 16 \quad \bigg| \quad \bullet 2(x+1)^2 - 18 \quad \bigg| \quad \bullet -3(x-2)^2 + 12$$

Pour chaque expression, vérifier le résultat en développant la forme factorisée.

EXERCICE 8 Déterminer les racines avec le discriminant
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes d'inconnue x avec les formules de résolution d'une équation générale du second degré.

$$\begin{array}{l} \bullet 2x^2 - 3x - 2 = 0 \\ \bullet x^2 + 4x + 8 = 0 \end{array} \quad \bigg| \quad \begin{array}{l} \bullet 3x^2 - 6x + 3 = 0 \\ \bullet -2x^2 + 7x - 3 = 0 \end{array}$$

EXERCICE 9 Choisir la méthode de résolution
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes en choisissant la méthode qui vous paraît la plus adaptée.

$$\begin{array}{l} \bullet (x-2)(x+7) = 0 \\ \bullet x^2 - 16 = 0 \end{array} \quad \bigg| \quad \begin{array}{l} \bullet x^2 - 6x + 9 = 0 \\ \bullet 2x^2 - 5x + 1 = 0 \end{array}$$

EXERCICE 10 Utiliser le théorème du signe d'un trinôme

1. Dans chaque cas, on donne le tableau de signes d'un trinôme $f(x) = ax^2 + bx + c$. Déterminer le signe de a et celui du discriminant Δ .

a. Trinôme f :

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$		
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

b. Trinôme g :

x	$-\infty$	12	20	$+\infty$		
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

c. Trinôme h :

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$h(x)$	$-$	0	$-$

d. Trinôme k :

x	$-\infty$	$+\infty$
$k(x)$		$+$

2. Déterminer les racines puis dresser le tableau de signes du trinôme

$$T(x) = -x^2 + x + 2.$$

EXERCICE 11 Étudier le signe d'un trinôme
Étudier le signe des trinômes suivants et dresser leur tableau de signes.

$$\begin{array}{l} \bullet f(x) = x^2 - 5x + 6 \\ \bullet g(x) = -x^2 + 5x - 6 \end{array} \quad \bigg| \quad \begin{array}{l} \bullet h(x) = x^2 + 2x + 5 \\ \bullet k(x) = x^2 - 6x + 9 \end{array}$$

EXERCICE 12 Relier discriminant, racines et signe

Pour chacune des fonctions suivantes :

$$f(x) = x^2 + 2x + 5 \quad \Bigg| \quad g(x) = x^2 - 6x + 9 \quad \Bigg| \quad h(x) = x^2 - 5x + 6$$

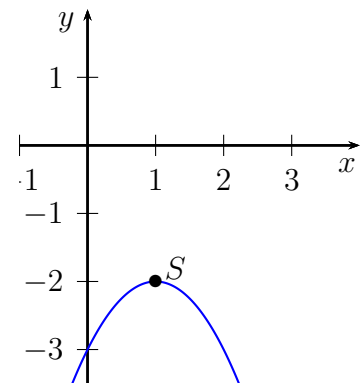
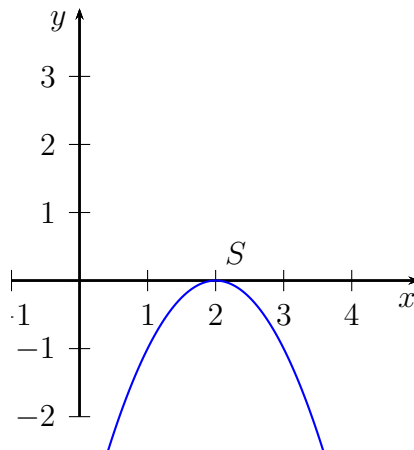
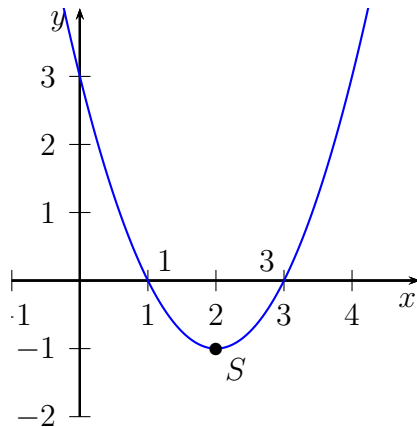
1. Calculer le discriminant.
2. Déterminer les éventuelles racines.
3. Étudier le signe de la fonction.
4. Dresser le tableau de signes.

EXERCICE 13 Lire des informations sur une représentation graphique

On donne ci-dessous les représentations graphiques de trois fonctions du second degré.

Pour chacune des fonctions f , g et h :

1. déterminer le signe de a ;
2. déterminer le signe du discriminant Δ ;
3. résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$, $g(x) = 0$ ou $h(x) = 0$;
4. donner les coordonnées du sommet $S(\alpha; \beta)$.



EXERCICE 14 Étudier une fonction du second degré

On considère la fonction

$$f(x) = x^2 - 4x + 3.$$

1. Donner les valeurs de a , b et c .
2. Calculer le discriminant.
3. Déterminer les racines de f .
4. Factoriser $f(x)$.
5. Déterminer la forme canonique de f .

6. Donner les coordonnées du sommet.
7. Dresser le tableau de signes de f .
8. Indiquer le sens d'ouverture de la parabole.

EXERCICE 15 Représentation graphique

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer les informations permettant de réaliser une représentation graphique :

$$f(x) = x^2 - 4x + 3 \quad | \quad g(x) = -x^2 + 4x - 3 \quad | \quad h(x) = x^2 + 2x + 3 \quad | \quad k(x) = -x^2 - 2x - 3$$

Pour chacune :

1. préciser le sens d'ouverture de la parabole ;
2. déterminer les coordonnées du sommet ;
3. déterminer les éventuels points d'intersection avec l'axe des abscisses ;
4. déterminer les éventuels points d'intersection avec l'axe des ordonnées.

EXERCICE 16 Retrouver l'expression d'une fonction

On considère une fonction du second degré dont la représentation graphique est une parabole. Le sommet de la parabole est

$$S(2; -3)$$

et la parabole passe par le point

$$A(0; 5).$$

1. Déterminer la forme canonique de la fonction.
2. Développer cette expression.
3. Calculer le discriminant.
4. Déterminer les éventuelles racines.
5. Dresser le tableau de signes de la fonction.

EXERCICE 17 Étude complète d'un trinôme

On considère la fonction

$$f(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

- | | |
|---|--|
| 1. Identifier les coefficients a , b et c . | 6. Factoriser $f(x)$. |
| 2. Déterminer la forme canonique de f . | 7. Étudier le signe de f . |
| 3. Donner les coordonnées du sommet. | 8. Dresser le tableau de variations de f . |
| 4. Calculer le discriminant. | 9. Représenter graphiquement f . |
| 5. Résoudre l'équation $f(x) = 0$. | |

EXERCICE 18 Une question d'aire

Un rectangle a un périmètre de 20 cm. On note x la longueur de l'un de ses côtés.

1. Exprimer la longueur de l'autre côté en fonction de x .
2. Montrer que l'aire du rectangle est donnée par

$$A(x) = -x^2 + 10x.$$

3. Déterminer la forme canonique de A .
4. En déduire la valeur de x pour laquelle l'aire est maximale.
5. Donner cette aire maximale.

EXERCICE 19 Une trajectoire

La hauteur, en mètres, d'une balle lancée verticalement est modélisée par la fonction

$$h(t) = -5t^2 + 20t + 1,$$

où t désigne le temps écoulé, en secondes, depuis le lancement.

1. Quelle est la hauteur de la balle au moment du lancement ?
2. Déterminer la hauteur maximale atteinte par la balle.
3. À quel instant cette hauteur maximale est-elle atteinte ?
4. Déterminer à quel instant la balle touche le sol.

EXERCICE 20 Un paramètre

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2x + m$ où m est un nombre réel.
On s'intéresse à l'équation $f(x) = 0$

Déterminer les valeurs de m pour lesquelles cette équation possède :

1. deux solutions réelles distinctes ;
2. une solution réelle double ;
3. aucune solution réelle.

EXERCICE 21 Reconnaître une équation du second degré cachée

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes en les ramenant, lorsque cela est possible, à une équation du second degré.

1. $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

2. $x + \frac{1}{x} = 2$

3. $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$

4. $(x^2 - 2x)^2 - 3(x^2 - 2x) - 4 = 0$

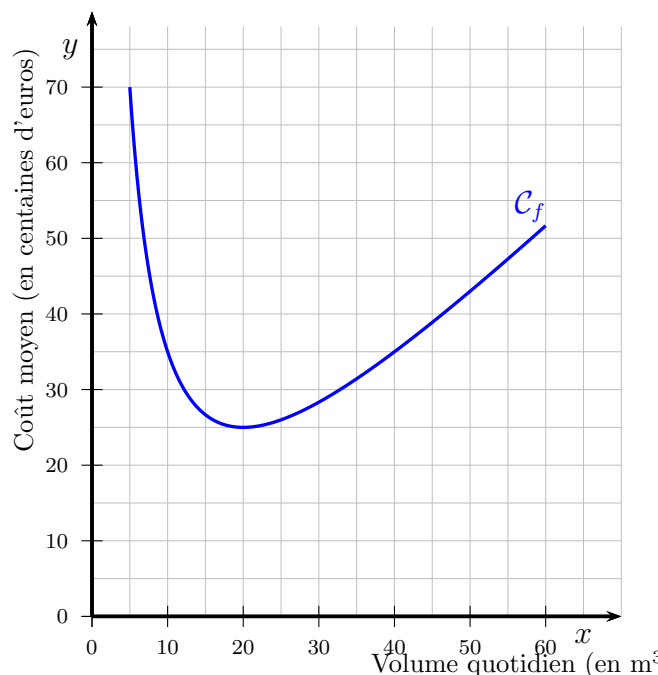
EXERCICE 22 Une entreprise fabrique un engrais biologique liquide.

Chaque jour, le volume d'engrais liquide fabriqué est compris entre 5 m^3 et 60 m^3 .

Le coût moyen quotidien de production (exprimé en centaine d'euros) de cet engrais est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[5; 60]$ par :

$$f(x) = x - 15 + \frac{400}{x}$$

où x est le volume quotidien d'engrais fabriqué, exprimé en m^3 . La représentation graphique $\mathcal{C}_f$ de la fonction f est donnée dans le repère ci-contre :



PARTIE A

1. Quel est le coût moyen quotidien pour la production de 50 m^3 d'engrais ?
2. Quels volumes d'engrais faut-il fabriquer pour avoir un coût moyen quotidien de production inférieur ou égal à 3 500 € ?

PARTIE B

On cherche maintenant à déterminer pour quel volume le coût moyen quotidien de production est minimal.

1. Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[5; 60]$,

$$f(x) - 25 = \frac{x^2 - 40x + 400}{x}.$$

2. Déterminer la forme canonique du trinôme

$$x^2 - 40x + 400.$$

3. En déduire que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[5; 60]$,

$$f(x) \geq 25.$$

4. Pour quel volume d'engrais fabriqué le coût moyen quotidien de production est-il minimal ? Quel est ce coût moyen minimal ?