



Rappel

Calculs fractionnaires

1



- Pour additionner et soustraire deux fractions, on doit d'abord les réduire au même dénominateur. On applique ensuite la règle suivante :

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad \text{et} \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

- Pour multiplier deux fractions, on décompose d'abord chacun des numérateurs et dénominateurs en produit de facteurs premiers. Cela permet de simplifier les calculs avant d'appliquer la règle suivante :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

- Pour diviser par une fraction, on multiplie par son inverse. Ce qui s'écrit comme cela :

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Rappel : l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$

l'inverse de a est $\frac{1}{a}$

Exercice 1 : Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{-5}{7} + \frac{4}{21} \quad \left| \quad B = \frac{5}{12} - \frac{3}{8} \quad \left| \quad C = \frac{2}{3} \times \frac{1}{8} \quad \left| \quad D = \frac{-7}{9} \div \frac{6}{-14} \quad \left| \quad E = \frac{2}{15} + \frac{18}{5} \times \frac{35}{4} \right. \right. \right.$$

***Exercice 2 :**

Pierre, Jules et Thomas se partagent la fortune de leur père.

Pierre reçoit le tiers de cette fortune, Jules les deux cinquièmes et Thomas hérite du reste.

Quelle fraction de la fortune de son père reçoit Thomas ?



Rappel

Calculs Littéral

2



- Développer un produit signifie le transformer en une somme.
- Factoriser une somme signifie la transformer en un produit.
- Pour développer, on distribue la multiplication sur l'addition et la soustraction :
 - Développement simple : $k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$
 - Développement double : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$
- Pour factoriser, deux méthodes :
 - on repère des facteurs communs (en s'aidant des tables de multiplication notamment ou en remarquant des blocs parenthèses identiques).
 - On utilise l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Exercice 1 : Parmi les expressions suivantes, souligner en bleu les sommes et en vert les produits :

$x+3 \times 5$; $5x+7$; $4(3x + 6)$; $(6x + 4) \times 5$; $(4x - 5) - (7x + 3)$; $(x + 6)^2$

Exercice 2 : Parmi les expressions littérales proposées, trouver dans chaque cas celle qui convient et la recopier dans le tableau:

❶ $\frac{2+x}{2}$; ❷ x^2 ; ❸ $2 + \frac{x}{2}$; ❹ $2 + x$; ❺ $2x$; ❻ $2x + 3$; ❼ $x + 3 \times 2$; ❽ $2(x + 3)$

	Expression choisie
La somme de 2 et de x	
Le double de x	
Le carré de x	
La somme de 2 et de la moitié de x	
La moitié de la somme de 2 et de x	
La somme de x et du produit de 3 par 2	
Le produit de 2 par la somme de x et de 3	
La somme du produit de 2 par x et de 3	

Exercice 3 : Développer et réduire les expressions suivantes.

$$A(x) = (2x - 3)(5x - 4)$$

$$B(x) = 2x(5x - 3) - 7$$

$$*C(x) = 3x - (x - 1) - (x + 7)(x + 3)$$

$$D(x) = (x + 5)^2$$

$$E(x) = (6 + 7x)(6 - 7x)$$

$$F(x) = (4x - 1)^2$$

Exercice 4 : Factoriser les expressions suivantes.

$$A(x) = x^2 + 2x$$

$$B(x) = 7x(x - 4) + (x - 4)^2$$

$$C(x) = 9x^2 - 12x$$

$$*D(x) = (x + 1)(2x + 5) - (x + 1)(3x - 4)$$

$$E(x) = 16x^2 - 1$$

$$*F(x) = 25 - (2x - 1)^2$$

$$*G(x) = (2 - x)(3x + 1) + (3x + 1)$$

***Exercice 5 :** Effectuer sans la calculatrice et astucieusement les calculs suivants (rédiger les intermédiaires) :

$$A = 48 \times 99$$

$$B = 57 \times 101$$

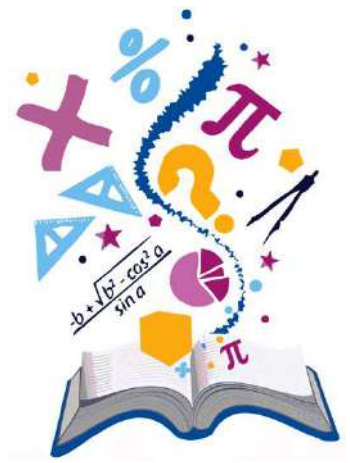
$$*C = 101^2$$



Rappel

Puissances

3



- Définition d'une puissance avec exposant positif :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

- Définition d'une puissance avec exposant négatif :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

- $a^0 = 1$ sauf pour $a = 0$, dans ce cas $0^n = 0$.

- $a^{-1} = \frac{1}{a}$

- Cas des puissances de dix : $10^n = \underbrace{1000\dots 0}_{n \text{ zéros}}$ et $10^{-n} = \underbrace{0,00\dots 01}_{n \text{ zéros}}$

- $a^n \times a^m = a^{n+m}$; $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$; $(a^n)^m = a^{n \times m}$

- L'écriture scientifique d'un nombre est de la forme $a \times 10^n$ où a est un nombre décimal qui ne doit avoir qu'un seul chiffre avant la virgule (mais pas zéro).

Exercice 1 : Compléter le tableau suivant.

x	10^7	10^{-5}	$\frac{1}{10^4}$	$10^{-15} \times 10^{11}$	$\frac{10^{16}}{10^9}$	$(10^2)^3$
Écriture décimale de x						

Exercice 2 : Donner l'écriture scientifique des nombres suivants.

A = 3 789 000

B = 0,000 000 037

Exercice 3 : Compléter ce tableau par l'écriture scientifique de chacune des distances données en km.

Planète	Saturne	Mars	Uranus	Terre
Distance moyenne du soleil	$14,3 \times 10^8$	228×10^6	2 880 000 000	$1,49 \times 10^8$
Distance moyenne du soleil en écriture scientifique				

Planète	Neptune	Vénus	Jupiter	Mercure
Distance moyenne du soleil	$45\,000 \times 10^5$	11×10^7	778×10^6	$0,58 \times 10^8$
Distance moyenne du soleil en écriture scientifique				

***Exercice 4 :** La masse d'un atome de carbone est égale à $1,99 \times 10^{-26}$ kg.

Les chimistes considèrent des paquets (appelés moles) contenant $6,022 \times 10^{23}$ atomes.

a) Calculer la masse en grammes d'un tel paquet d'atomes de carbone.

b) Donner une valeur arrondie de cette masse à un gramme près.

***Exercice 5 :** La vitesse de la lumière est d'environ 3×10^8 m/s. La distance Soleil-Pluton est de 5 900 Gm. Calculer le temps en heures mis par la lumière pour aller du Soleil à Pluton.

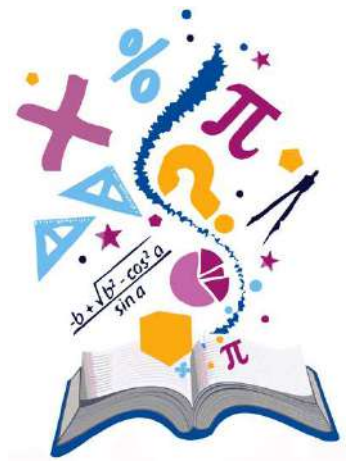
Rappel : 1Gm = 1 Giga mètre = 10^9 m



Rappel

Équations

4



- Résoudre une équation, c'est trouver toutes les valeurs possibles que l'on peut donner à l'inconnue pour que l'égalité soit vérifiée.
- Équations du premier degré : On regroupe les termes inconnus dans le membre de gauche, puis les termes constants dans le membre de droite, et enfin on divise par le coefficient de l'inconnue.

$$\begin{array}{l} 6x - 5 = 2 \\ + 5 \quad \quad \quad + 5 \\ \hline 6x = 7 \\ \div 6 \quad \quad \quad \div 6 \\ \hline x = \frac{7}{6} \end{array}$$

La solution est $\frac{7}{6}$.

$$\begin{array}{l} 5x + 2 = 3x - 4 \\ - 3x \quad \quad \quad - 3x \\ \hline 2x + 2 = -4 \\ - 2 \quad \quad \quad - 2 \\ \hline 2x = -6 \\ \div 2 \quad \quad \quad \div 2 \\ \hline x = -3 \end{array}$$

La solution est -3 .

- Équation-produit : Un produit de facteurs est nul si l'un de ses facteurs est nul.

$$(3x - 2)(-x + 7) = 0$$

On sait qu'un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul.

$$\begin{array}{ll} \text{Donc : } 3x - 2 = 0 & \text{ou} \quad -x + 7 = 0 \\ 3x = 2 & \text{ou} \quad -x = -7 \\ x = \frac{2}{3} & \text{ou} \quad x = 7 \end{array}$$

L'équation admet deux solutions $\frac{2}{3}$ et 7 .

$$(2 - 3x)(x - 4) - (x - 4)(5 + 2x) = 0$$

On factorise :

$$(x - 4)((2 - 3x) - (5 + 2x)) = 0$$

$$(x - 4)(2 - 3x - 5 - 2x) = 0$$

$$(x - 4)(-5x - 3) = 0$$

On sait qu'un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul.

$$\begin{array}{ll} \text{Donc : } x - 4 = 0 & \text{ou} \quad -5x - 3 = 0 \\ x = 4 & \text{ou} \quad -5x = 3 \\ & x = \frac{-3}{5} \end{array}$$

L'équation admet deux solutions 4 et $\frac{-3}{5}$.

Exercice 1 : Résoudre les équations suivantes.

$$E_1 : 3x - 1 = -13$$

$$E_2 : -2x + 5 = 8$$

$$E_3 : 5x = 0$$

$$E_4 : 4 - x = 7$$

$$E_5 : 11x - 3 = 2x + 9$$

$$E_6 : \frac{x}{7} = \frac{-7}{4}$$

$$E_7 = (-2x - 5)(3x + 2) = 0$$

***Exercice 2 :** À un semi-marathon, les organisateurs décident de donner une somme d'argent aux trois premiers. Ils se mettent d'accord pour attribuer $\frac{3}{5}$ de la somme totale au vainqueur, $\frac{1}{3}$ au second et 200 € au troisième.

Quelle est la somme totale qu'ils décident de distribuer ?

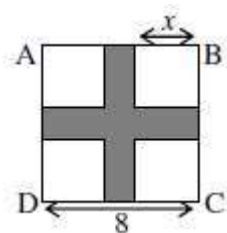
Exercice 3 : On donne le programme de calcul suivant.

• Choisir un nombre • Ajouter 3 • Calculer le carré du résultat • Soustraire 9	1. Montrer que, si on choisit le nombre 4, le résultat obtenu est 40. 2. Exprimer, en fonction du nombre x de départ, le résultat obtenu avec ce programme de calcul. En développant et en réduisant cette expression, montrer que le résultat du programme est $x^2 + 6x$. 3. Quels nombres peut-on choisir pour que le résultat obtenu soit 0 ? Justifier.
---	--

Exercice 4 : On considère l'équation (E) : $(x + 3)(2x - 5) = 5x - 15$

1. Le nombre - 1 est-il solution de (E) ?
2. Justifier que 2 est solution de (E).
3. *Prouver qu'il existe un autre nombre solution de (E).

Exercice 5 : L'unité de longueur est le cm et l'unité d'aire le cm^2 .



On considère un carré ABCD de côté 8.

On enlève, comme indiqué sur la figure, quatre petits carrés superposables de côté x ($0 < x < 4$). On obtient ainsi une croix coloriée en gris. On appelle $A(x)$ son aire.

1. Montrer que $A(x) = 64 - 4x^2$.
2. Voici une copie de la feuille de calcul réalisée sur tableur. Quelle formule doit-on saisir en B2 ?
3. En étirant la formule vers le bas, pour quelle valeur de x l'aire de la croix grise vaut 15 cm^2 ?

	A	B
1	x	$f(x) = 64 - 4x^2$
2	0	
3	0,5	
4	1	
5	1,5	
6	2	
7	2,5	
8	3	
9	3,5	
10	4	



Rappel

Fonctions - Généralités

5

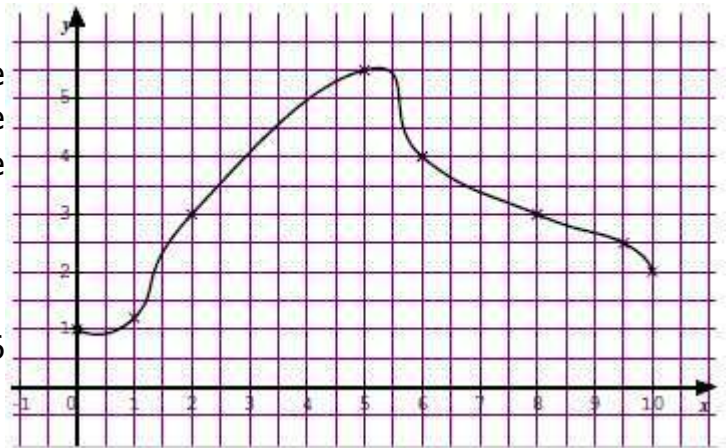


- Une **fonction** est un processus qui, à chaque valeur du nombre x , associe un unique nombre y , noté $f(x)$, appelé l'**image de x par f** . On écrit $f : x \mapsto f(x)$.

On dit que x est un **antécédent** de y par f lorsque $y = f(x)$.

La **représentation graphique de f** est l'ensemble de tous les points de coordonnées $(x ; f(x))$.

Exemple 1 : le graphique ci-contre définit une fonction f , qui, à chaque nombre x compris entre 0 et 10, associe le nombre $f(x)$ sur l'axe des ordonnées. Ainsi $f(2) = 3$, $f(10) = 2$, $f(9,5) \approx 2,5$. Les antécédents de 3 par f sont 2 et 8. 1,5 n'a qu'un seul antécédent par f et 6 n'a pas d'antécédent par f .



Exemple 2 : $g : x \mapsto x(2 - x)$. On peut calculer précisément les valeurs des images voulues.

Ainsi $g(2) = 0$, $g(-50) = -2600$. (On a remplacé x par 2 d'abord dans $x(2 - x)$ puis ensuite par -50).

Les antécédents de 0 par g sont 0 et 2. (On a résolu l'équation-produit $x(2 - x) = 0$)

Exemple 3 : Le tableau de valeurs ci-dessous définit une fonction h .

x	-1	3	3,5	0	7	-2
$h(x)$	0	2	-2	2	-5,5	-1

Ainsi $h(-1) = 0$, $h(7) = -5,5$.

Les antécédents de 2 par h sont 3 et 0.

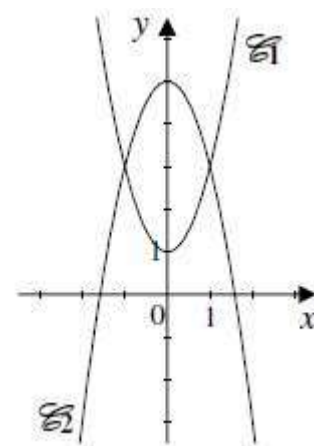
Exercice 1 : On considère une fonction f telle que $f(2) = 5$.

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative.

Répondre en barrant les mauvaises réponses parmi "VRAI", "FAUX" et "On ne peut rien dire".

1.	L'image de 5 par la fonction f est 2.	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
2.	L'image de 2 par la fonction f est 5.	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
3.	Un antécédent de 5 par la fonction f est 2.	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
4.	Un antécédent de 2 par la fonction f est 5.	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
5.	Un nombre dont l'image est 5 par la fonction f est 2.	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
6.	2 a pour image 5 par la fonction f .	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
7.	Un nombre dont l'image est 7 par la fonction f est 2.	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
8.	5 a pour antécédent 2 par la fonction f .	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
9.	2 a pour antécédent 5 par la fonction f .	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
10.	2 a pour image 7 par la fonction f .	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
11.	5 a pour image 2 par la fonction f .	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
12.	Le point de coordonnées (2 ; 5) appartient à $\mathcal{C}$.	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire
13.	Le point de coordonnées (5 ; 2) appartient à $\mathcal{C}$.	VRAI	FAUX	On ne peut rien dire

Exercice 2 : Sur le graphique ci-contre la courbe $\mathcal{C}_1$ représente une fonction f et la courbe $\mathcal{C}_2$ représente une fonction g . Répondre aux questions par lecture graphique (avec la précision permise par le tracé).



1. Quelle est l'image de 2 par la fonction g ?
2. Quels sont les antécédents de 4 par la fonction g ?
3. Pour quelles valeurs de x a-t-on $f(x) = g(x)$? Quelle est alors l'image de ces valeurs par f et g ?

Exercice 3 : On considère les fonctions f et g définies par $f(x) = 2x - 4$ et $g(x) = 4x^2$

1. Déterminer l'image de -3 par la fonction f .
2. Déterminer l'antécédent de 24 par la fonction f .
3. Déterminer l'image de 3 par la fonction g .
4. Déterminer le (ou les) antécédent(s) de 8 par la fonction g .

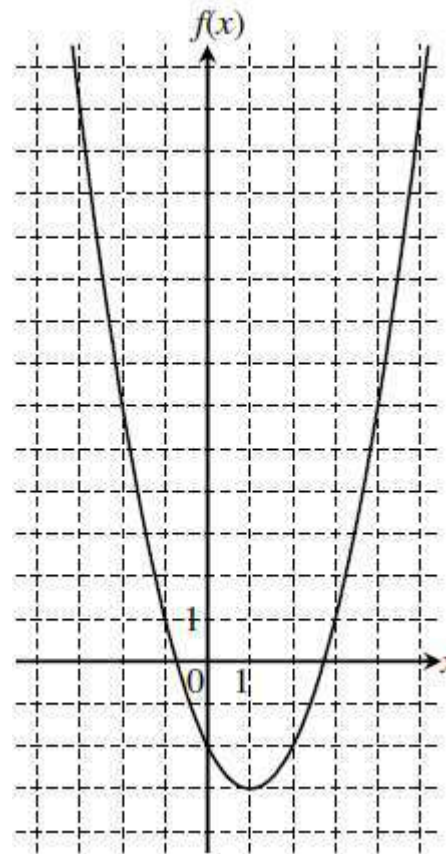
Exercice 4 : Le graphique ci-contre représente la fonction f définie par $f(x) = (x - 1)^2 - 3$.

Résolution par lecture graphique

1. Quelles sont les images des nombres 1 et -2 par f ?
2. Quels sont les antécédents par f du nombre -2 ?
3. Le nombre -3 admet-il des antécédents ? (expliquer).

*Résolution par le calcul

1. Calculer l'image par f de 0 et de 2. Quel résultat trouve-t-on ?
2. **a)** Montrer que rechercher les antécédents par f de 13 revient à résoudre l'équation $(x - 1)^2 - 16 = 0$.
b) Montrer que, pour tout nombre x , on a :
 $(x - 1)^2 - 16 = (x - 5)(x + 3)$.
c) En déduire les antécédents de 13 par f .



Exercice 5 : On considère une fonction f et on note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative. Compléter le tableau suivant.

Égalité	Description : image ou antécédent	Point appartenant à $\mathcal{C}$
$f(-2) = -1$	... est l'image de ... par f	$(... ; ...) \in \mathcal{C}$
$f(...) = ...$	... est l'image de ... par f	$(5 ; 7) \in \mathcal{C}$
$f(...) = ...$	4 est un antécédent de -10 par f	$(... ; ...) \in \mathcal{C}$
$f(...) = ...$	... est un antécédent de ... par f	$(-3 ; 2) \in \mathcal{C}$



Rappel

Fonctions affines

6



- Une **fonction affine** est une fonction de la forme $f(x) = ax + b$.

Par exemple :

$f : x \mapsto 2x - 1$ est une fonction affine car elle est de la forme $f(x) = ax + b$ avec $a = 2$ et $b = -1$.

- La représentation graphique d'une fonction affine est une **droite**. Le nombre a est appelé le **coefficient directeur (ou pente)** de la droite.

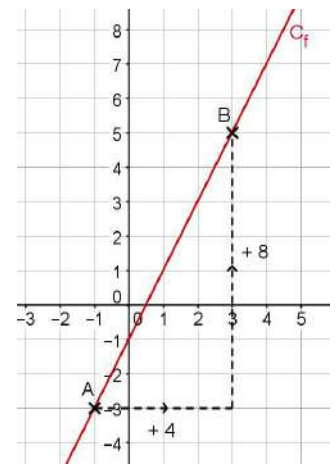
Le nombre b est appelé l'**ordonnée à l'origine** de la droite.

Par exemple :

Sur la représentation graphique ci-contre, on choisit deux points A et B sur la courbe. En se déplaçant de A vers B, on se dirige de +4 à l'horizontal et de +8 à la verticale.

La pente se calcule ainsi : $\frac{\text{Déplacement vertical}}{\text{Déplacement horizontal}} = \frac{+8}{+4} = 2$

De plus l'ordonnée à l'origine se trouve à l'intersection de C_f et de l'axe des ordonnées : ici -1.



On résume : $a = 2$ et $b = -1$. Donc cette représentation graphique est celle de la fonction $f(x) = 2x - 1$.

- Une fonction **linéaire** est de la forme $f(x) = ax$.

Par exemple :

$f : x \mapsto \frac{-1}{3}x$ est une fonction linéaire car elle est de la forme $f(x) = ax$ avec $a = \frac{-1}{3}$

- La représentation graphique d'une fonction linéaire est une **droite qui passe par l'origine du repère**.

- Les fonctions linéaires modélisent des **situations de proportionnalité**.

- Pourcentage et fonctions linéaires

	Prendre 5% de x , c'est multiplier x par 0,05.	Augmenter x de 5% c'est multiplier x par 1,05.	Diminuer x de 5% c'est multiplier x par 0,95.
Expression littérale	5% de $x = 0,05x$	$x + 5\% \text{ de } x$ $(1 + 0,05)x = 1,05x$	$x - 5\% \text{ de } x$ $= (1 - 0,05)x = 0,95x$
Fonction linéaire	$x \mapsto 0,05x$	$x \mapsto 1,05x$	$x \mapsto 0,95x$

Exercice 1 : Parmi ces fonctions, détermine

$$f : x \mapsto 4x - 3$$

$$g : x \mapsto 5 - 2x$$

$$h : x \mapsto 3x^2 + 5$$

$$i : x \mapsto 4,5x$$

$$j : x \mapsto -4$$

$$k : x \mapsto \frac{1}{x}$$

a) Celles qui sont affines ; **b)** Celles qui sont linéaires ; **c)** Celles qui sont constantes ;
d) Celles qui ne sont pas affines.

Exercice 2 : Représenter les fonctions suivantes en expliquant la démarche et les calculs.

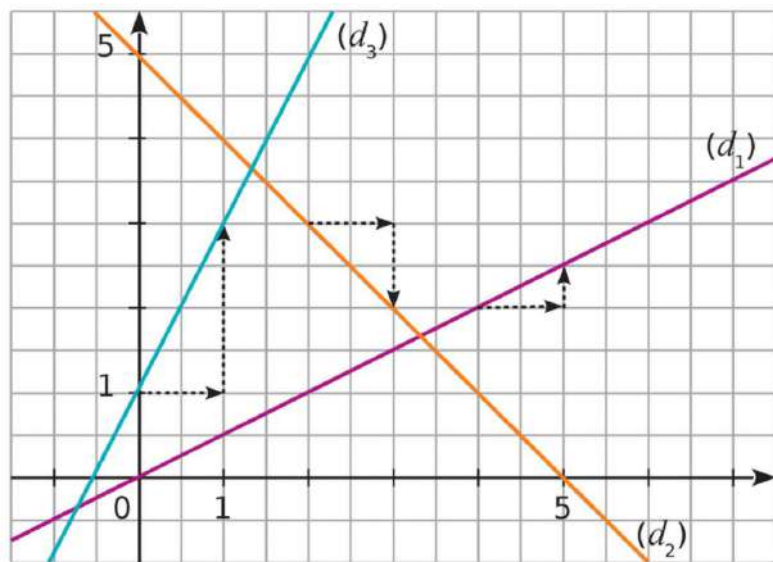
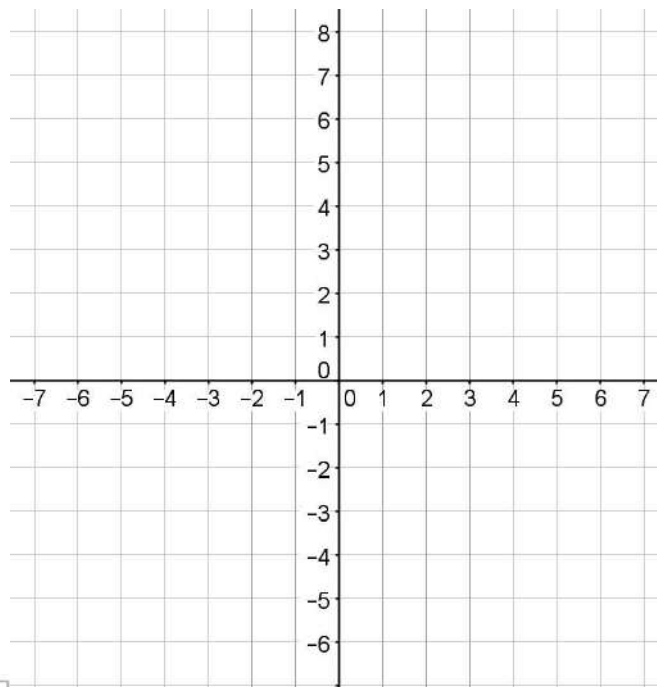
a) $f(x) = -3x$

b) $g(x) = -2$

c) $h(x) = \frac{1}{2}x + 3$

d) $i(x) = 2x - 5$

e) $j(x) = -\frac{5}{3}x$



Exercice 3 :

Déterminer graphiquement les fonctions représentées par les droites (d_1) , (d_2) et (d_3) ci-contre.

Expliquer.

Exercice 4 : Déterminer la fonction linéaire associée à chacune des expressions suivantes.

a) Hausse de 2 %

b) Baisse de 40 %

c) Prendre 65 %

***Exercice 5 :**

Baisser une quantité de 2 % deux fois de suite revient-il à la baisser de 4 % ?

***Exercice 6 :**

Un article coûte 58,40 € après avoir subi une remise de 20 %. Quel était son prix d'origine ?