Série d'exercices No 1
La transformation en z

EXERCICE 1 On considère la suite causale définie sur $\mathbb{Z}$ par $\dfrac{U(n)-U(n-1)}{0{,}1}+2U(n)=e(n)$

1. Isoler le terme $U(n)$
2. Calculer $U(n)$ pour $n=-1{,}0{,}1{,}2{,}3$

EXERCICE 2 On considère la suite causale définie sur $\mathbb{Z}$ par $\dfrac{U(n)-U(n-1)}{0{,}01}+8U(n)=7e(n)$

1. Isoler le terme $U(n)$
2. Calculer $U(n)$ pour $n=-1{,}0{,}1{,}2{,}3$

EXERCICE 3 On considère la suite causale définie sur $\mathbb{Z}$ par $\dfrac{U(n)-U(n-1)}{0{,}1}+2U(n)=3ne(n)$

1. Isoler le terme $U(n)$
2. Calculer $U(n)$ pour $n=-1{,}0{,}1{,}2{,}3$

EXERCICE 4 On notera U la fonction échelon unité définie sur l'ensemble des nombres réels telle que : $\begin{cases} U(t)=0 & \text{si } t<0 \\ U(t)=1 & \text{si } t\geq 0 \end{cases}$. Une fonction définie sur l'ensemble des nombres réels est dite causale lorsque cette fonction est nulle sur l'intervalle $]-\infty;0[$.
On note e l'échelon causal discret, défini sur l'ensemble des nombres entiers relatifs par :

$$\begin{cases} e(n)=0 & \text{si } n<0 \\ e(n)=1 & \text{si } n\geq 0 \end{cases}.$$

On considère un système entrée-sortie du premier ordre. Le signal de sortie est modélisée par une fonction causale s telle que $s(0)=0$ et vérifiant l'équation différentielle suivante :

$$1{,}5s'(t)+2s(t)=1{,}7U(t) \qquad (Eq1)$$

Une discrétisation de l'équation différentielle $(Eq1)$ avec un pas de discrétisation T_e permet d'obtenir, pour tout entier naturel n, la relation suivante : $1{,}5\frac{x(n+1)-x(n)}{T_e}+2x(n+1)=1{,}7e(n) \qquad (Eq2)$
Pour tout nombre entier n, le nombre réel $x(n)$ fournit une approximation de $x(nT_e)$.
En particulier, on a : $x(0)=s(0)=0$. Pour toute la suite de l'exercice, on prend $T_e=0{,}1$ seconde.

1. Montrer que la relation $(Eq2)$ peut s'écrire, pour tout nombre entier positif ou nul, sous la forme :
$$x(n+1)=\frac{15}{17}x(n)+\frac{1}{10}$$
2. Remplir le tableau de valeurs ci-dessous avec les valeurs approchées à 10^{-3} près

n	0	1	2	3
$x(n)$				