Minitest No 5
cira 1

SANS CALCULATRICE

Fonction $f(x)$	**Dérivée** $f'(x)$
$3x+5$	3
$\dfrac{5x+2}{3}$	$\dfrac{5}{3}$
x^2+3x-1	$2x+3$
$-3x^2+4x+5$	$-6x+4$
$\dfrac{1}{2x+3}$	$-\dfrac{2}{(2x+3)^2}$
$(3x-1)^2$	$6(3x-1)$
$(2x+1)e^x$	$(2x+3)e^x$
$(3x-2)e^{-2x}$	$(7-6x)e^{-2x}$

On utilise les formules de dérivation usuelles : $(ax+b)' = a$, $(x^2)' = 2x$, $(u^2)' = 2u\,u'$, $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$ et $(uv)' = u'v + uv'$.

Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentant f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 3x^2 - 5x + 1$$

au point d'abscisse $x = 2$
On a $f'(x) = 6x - 5$, donc $f'(2) = 7$. De plus, $f(2) = 3$. L'équation de la tangente est donc :

$$y = f'(2)(x-2) + f(2) = 7(x-2) + 3.$$

Ainsi, $\boxed{y = 7x - 11}$.

Soit $f(x) = (2+5x)e^{3x}$

1. Calculer $f'(x)$

   Par la formule $(uv)' = u'v + uv'$:

   $$f'(x) = 5e^{3x} + 3(2+5x)e^{3x} = (15x+11)e^{3x}.$$

2. Résoudre $f'(x) = 0$ et établir le tableau de variations de f

   Comme $e^{3x} > 0$ pour tout réel x,

   $$f'(x) = 0 \iff 15x + 11 = 0 \iff x = -\frac{11}{15}.$$

   Le facteur $15x + 11$ est négatif avant $-\frac{11}{15}$ et positif après.

x	$-\infty$		$-\frac{11}{15}$		$+\infty$
e^{3x}		$+$	$+$		
$15x+11$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f	0	↘	$-\frac{5}{3}e^{-\frac{11}{5}}$	↗	$+\infty$

   La fonction f est donc décroissante puis croissante.

3. Montrer que f admet un minimum et donner sa valeur exacte.

   f admet un minimum, atteint en $x = -\frac{11}{15}$.

   $$f\left(-\frac{11}{15}\right) = \left(2 - \frac{11}{3}\right)e^{-11/5} = -\frac{5}{3}e^{-11/5}.$$

   Le minimum est donc $\boxed{-\frac{5}{3}e^{-11/5}}$.

Minitest No 5
cira 1

SANS CALCULATRICE

Fonction $f(x)$	**Dérivée** $f'(x)$
$-4x+7$	-4
$\dfrac{3x-1}{2}$	$\dfrac{3}{2}$
$2x^2-5x+3$	$4x-5$
$-x^2+6x-4$	$-2x+6$
$\dfrac{1}{x-2}$	$-\dfrac{1}{(x-2)^2}$
$(2x+5)^2$	$4(2x+5)$
$(x-3)e^{2x}$	$(2x-5)e^{2x}$
$(2x+1)e^{-x}$	$(1-2x)e^{-x}$

On applique les formules de dérivation usuelles, notamment $(u^2)' = 2u\,u'$ et $(uv)' = u'v + uv'$.

Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2x^2 - 7x + 4$$

au point d'abscisse $x = 1$.
On a $f'(x) = 4x - 7$, donc $f'(1) = -3$. De plus, $f(1) = 2 - 7 + 4 = -1$. L'équation de la tangente est :

$$y = f'(1)(x-1) + f(1) = -3(x-1) - 1.$$

Ainsi, $\boxed{y = -3x + 2}$.

Soit $f(x) = (2+3x)e^{2x}$.

1. Calculer $f'(x)$.

$$f'(x) = 3e^{2x} + 2(2+3x)e^{2x} = (6x+7)e^{2x}.$$

2. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$ et établir le tableau de variations de f.

Comme $e^{2x} > 0$:

$$f'(x) = 0 \iff 6x+7 = 0 \iff x = -\frac{7}{6}.$$

Le facteur $6x+7$ est négatif avant $-\frac{7}{6}$ et positif après.

x	$-\infty$		$-\frac{7}{6}$		$+\infty$
e^{2x}		$+$	$+$		
$6x+7$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f	0	↘	$-\frac{3}{2}e^{-\frac{7}{3}}$	↗	$+\infty$

La fonction f est donc décroissante sur $\left]-\infty;-\frac{7}{6}\right]$, puis croissante sur $\left[-\frac{7}{6};+\infty\right[$. De plus,

$$\lim_{x\to-\infty}(2+3x)e^{2x} = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{x\to+\infty}(2+3x)e^{2x} = +\infty.$$

3. Montrer que f admet un minimum et donner sa valeur exacte.

Le minimum est atteint en $x = -\frac{7}{6}$:

$$f\left(-\frac{7}{6}\right) = \left(2-\frac{7}{2}\right)e^{-7/3} = -\frac{3}{2}e^{-7/3}.$$

Ainsi, $\boxed{f_{\min} = -\frac{3}{2}e^{-7/3}}$.

Minitest No 5
cira 1

SANS CALCULATRICE

Fonction $f(x)$	**Dérivée** $f'(x)$
$5x-3$	5
$\dfrac{2x+5}{4}$	$\dfrac{1}{2}$
$3x^2-2x+1$	$6x-2$
$-2x^2-3x+4$	$-4x-3$
$\dfrac{1}{3x+1}$	$-\dfrac{3}{(3x+1)^2}$
$(4x-3)^2$	$8(4x-3)$
$(x+2)e^{3x}$	$(3x+7)e^{3x}$
$(2x-3)e^{-x}$	$(5-2x)e^{-x}$

On applique les formules de dérivation usuelles, notamment $(u^2)' = 2u\,u'$ et $(uv)' = u'v + uv'$.

Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -2x^2 + 8x - 3$$

au point d'abscisse $x = 1$.
On a $f'(x) = -4x + 8$, donc $f'(1) = 4$. De plus, $f(1) = -2 + 8 - 3 = 3$. L'équation de la tangente est :

$$y = f'(1)(x-1) + f(1) = 4(x-1) + 3.$$

Ainsi, $\boxed{y = 4x - 1}$.

Soit $f(x) = (3+2x)e^{3x}$.

1. Calculer $f'(x)$.

$$f'(x) = 2e^{3x} + 3(3+2x)e^{3x} = (6x+11)e^{3x}.$$

2. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$ et établir le tableau de variations de f.

Comme $e^{3x} > 0$:

$$f'(x) = 0 \iff 6x+11 = 0 \iff x = -\frac{11}{6}.$$

Le facteur $6x+11$ est négatif avant $-\frac{11}{6}$ et positif après.

x	$-\infty$		$-\frac{7}{6}$		$+\infty$
e^{2x}		$+$	$+$		
$6x+7$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f	0	↘	$-\frac{3}{2}e^{-\frac{7}{3}}$	↗	$+\infty$

La fonction f est donc décroissante puis croissante. De plus,

$$\lim_{x\to-\infty}(3+2x)e^{3x} = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{x\to+\infty}(3+2x)e^{3x} = +\infty.$$

3. Montrer que f admet un minimum et donner sa valeur exacte.

f admet un minimum, atteint en $x = -\frac{11}{6}$.

$$f\left(-\frac{11}{6}\right) = \left(3-\frac{11}{3}\right)e^{-11/2} = -\frac{2}{3}e^{-11/2}.$$

Le minimum est donc $\boxed{-\frac{2}{3}e^{-11/2}}$.