Démontrons que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^2} = +\infty$

Soit $f(x) = e^x - \dfrac{x^3}{6}$

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x) = e^x - \dfrac{x^2}{2}$

f' est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f''(x) = e^x - x$

f'' est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'''(x) = e^x - 1$

f''' est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f^{(4)} = e^x > 0$

donc la fonction f''' est strictement croissante sur $[0; +\infty[$

or $f'''(0) = 1-1 = 0$ donc $f'''(x) > 0$ sur $]0; +\infty[$ donc la fonction f'' est strictement croissante sur $[0; +\infty[$

or $f''(0) = 1-1 = 0$ donc $f''(x) > 0$ sur $]0; +\infty[$ donc la fonction f' est strictement croissante sur $[0; +\infty[$

or $f'(0) = 1-0 > 0$ donc $f'(x) > 0$ sur $[0; +\infty[$ donc la fonction f est strictement croissante sur $[0; +\infty[$

or $f(0) = 1-0 = 1$ donc $f(x) > 0$ sur $[0; +\infty[$ c'est à dire : pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a : $e^x > \dfrac{x^3}{6}$

En divisant par x^2 on obtient $\dfrac{e^x}{x^2} > \dfrac{x}{6}$ et, puisque $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{6} = +\infty$, cela donne : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^2} = +\infty$