5pts **CORRIGÉ 1** On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2x^2 + 8x + 7$$

1. Calculons $f(-3)$:

$$\begin{aligned} f(3) &= 2 \times (-3)^2 + 8 \times (-3) + 7 \\ &= 18 - 24 + 7 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\boxed{f(3) = 1}$$

2. La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$, car c'est une fonction polynôme.

   Pour tout réel x :

$$\boxed{f'(x) = 4x + 8}$$

   Calculons $f'(-3)$:

$$f'(3) = 4 \times (-3) + 8 = -4$$

$$\boxed{f'(3) = -4}$$

3. Une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a est :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

   Pour $a = -3$:

$$\begin{aligned} y &= f'(-3) \times \Big(x - (-3)\Big) + f(-3) \\ &= -4(x + 3) + 1 \\ &= -4x - 12 + 1 \\ &= -4x - 11 \end{aligned}$$

$$\boxed{y = 60x + 61}$$

5pts **CORRIGÉ 2** On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x^2 + 5x + 1)e^x$$

1. La fonction f est le produit de deux fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$:

$$u(x) = x^2 + 5x + 1 \qquad v(x) = e^x$$

Leurs dérivées sont :

$$u'(x) = 2x + 5 \qquad v'(x) = e^x$$

D'après la formule de dérivation d'un produit :

$$f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} f'(x) &= (2x+5)e^x + (x^2+5x+1)e^x \\ &= \left(2x + 5 + x^2 + 5x + 1\right) e^x \\ &= (x^2+7x+6)e^x \end{aligned}$$

On a bien :

$$\boxed{f'(x) = (x^2+7x+6)e^x}$$

2. Résolvons l'équation $f'(x) = 0$:

$$(x^2+7x+6)e^x = 0$$

Or, pour tout réel x, $e^x > 0$.

L'équation est donc équivalente à :

$$x^2 + 7x + 6 = 0$$

On factorise :

$$(x+1)(x+6) = 0$$

D'où :

$$x = -1 \qquad \text{ou} \qquad x = -6$$

$$\boxed{S = \{-6\,;\,-1\}}$$

3. Pour étudier les variations de f, on étudie le signe de sa dérivée.

On a :

$$f'(x) = (x+6)(x+1)e^x$$

Puisque e^x est strictement positif sur $\mathbb{R}$, le signe de $f'(x)$ est celui de $(x+6)(x+1)$.

x	$-\infty$		-6		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗	$7e^{-6}$	↘	$-3e^{-1}$	↗	

Calculons les valeurs de f aux deux points critiques :

$$\begin{aligned} f(-6) &= (36 - 30 + 1)\, e^{-6} \\ &= 7e^{-6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(-1) &= (1 - 5 + 1)\, e^{-1} \\ &= -3e^{-1} \end{aligned}$$

4. D'après le tableau de variations, sachant que la fonction est continue sur $\mathbb{R}$:

   - En $x = -6$, la fonction passe de croissante à décroissante. Elle admet donc un maximum local de valeur :
   $$\boxed{f(-6) = 7e^{-6}}$$
   - En $x = -1$, la fonction passe de décroissante à croissante. Elle admet donc un minimum local de valeur :
   $$\boxed{f(-1) = -3e^{-1}}$$

   La fonction admet donc deux extrema :

Maximum local :	$7e^{-6}$ atteint en $x = -6$
Minimum local :	$-3e^{-1}$ atteint en $x = -1$