Exercice 1 - Une fonction mystère

Une fonction f est définie par une expression de la forme :

$$f(x) = ax + b$$

On sait que :

$$f(0) = 5 \qquad \text{et} \qquad f(2) = 11$$

1. Déterminer b.
2. Déterminer a.
3. Donner l'expression de $f(x)$.
4. Calculer $f(-3)$.
5. Déterminer un antécédent de 17.

Exercice 2 - Retrouver une expression

On considère une fonction f dont voici quelques valeurs :

x	-2	-1	0	1
$f(x)$	9	4	1	0

On hésite entre les trois expressions suivantes :

$$A(x) = (x-1)^2 \qquad B(x) = x^2 + 1$$
$$C(x) = x^2 - 2x + 1$$

1. Calculer $A(-2)$, $B(-2)$ et $C(-2)$.
2. Quelle expression convient au tableau ?
3. Vérifier cette réponse avec les trois autres valeurs.
4. Peut-on affirmer qu'une seule de ces expressions convient ? Justifier.

Exercice 3 - Deux programmes de calcul

On propose les deux programmes suivants.

Programme A

1. Choisir un nombre.
2. Multiplier ce nombre par 3.
3. Ajouter 4.

Programme B

1. Choisir un nombre.

2. Ajouter 2.
3. Multiplier le résultat par 3.

On appelle f et g les fonctions associées respectivement aux programmes A et B.

1. Exprimer $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x.
2. Calculer $f(0)$ et $g(0)$.
3. Calculer $f(2)$ et $g(2)$.
4. Les deux programmes donnent-ils toujours le même résultat ? Justifier.
5. Trouver un nombre pour lequel les deux programmes donnent le même résultat.

Exercice 4 - Une fonction à partir de ses images

Une fonction f vérifie les conditions suivantes :

$$f(1) = 4, \qquad f(2) = 7, \qquad f(3) = 10$$

1. Calculer les différences :

$$f(2) - f(1) \qquad \text{et} \qquad f(3) - f(2)$$

2. On suppose que la fonction est de la forme $f(x) = ax + b$. Déterminer a et b.
3. Calculer $f(10)$.
4. Calculer $f(-5)$.
5. Cette fonction est-elle nécessairement la seule fonction possible vérifiant les trois conditions ? Expliquer.

Exercice 5 - Vrai ou faux ?

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier soigneusement.

1. Si $f(3) = 7$, alors 7 est un antécédent de 3.
2. Si $f(-2) = 5$, alors l'image de -2 est 5.
3. Une fonction peut associer la même image à deux nombres différents.
4. Une fonction peut associer deux images différentes à un même nombre.
5. Si $f(2) = 0$, alors 2 est un antécédent de 0.
6. Si $f(a) = b$, alors $f(b) = a$.
7. Deux fonctions différentes peuvent avoir la même image pour un nombre donné.

Exercice 6 - Construire une fonction

On souhaite construire une fonction f qui vérifie les conditions suivantes :

$$f(0) = 4, \qquad f(1) = 1, \qquad f(2) = 4$$

1. Proposer une expression de $f(x)$ qui convient.
2. Vérifier les trois conditions par le calcul.
3. Calculer $f(-1)$ et $f(3)$.
4. Déterminer tous les antécédents de 4 pour la fonction proposée.

Exercice 7 - Une fonction et ses antécédents

On considère la fonction :

$$f(x) = x^2 - 4$$

1. Calculer les images de -3, -2, -1, 0, 1, 2 et 3.
2. Compléter le tableau :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

3. Déterminer les antécédents de 0.
4. Déterminer les antécédents de -3.
5. Déterminer les antécédents de 5.
6. Le nombre 4 possède-t-il un antécédent ? Justifier.

Exercice 8 - Le défi

On cherche une fonction f telle que :

$$f(0) = 1, \qquad f(1) = 0, \qquad f(2) = 1$$

1. Proposer une expression de la forme

   $$f(x) = x^2 + ax + b$$

   qui convient.
2. Vérifier les trois égalités.
3. Calculer $f(3)$ et $f(-1)$.
4. Déterminer les antécédents de 0.

Exercice 9 - À toi de créer

Inventer une fonction f qui vérifie les conditions suivantes :

1. $f(0) = 3$;
2. $f(2) = 7$;
3. le nombre -1 est un antécédent de 4.

Donner une expression possible de $f(x)$ et vérifier les trois conditions.

Question supplémentaire : peut-on trouver plusieurs fonctions différentes qui conviennent ?