

On considère la suite définie par  $U_0 = 21$  et  $U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + 5$

1. Calculer  $U_1$ ,  $U_2$  et  $U_3$
2. Démontrer que la suite  $(U_n)$  est décroissante et minorée. Que peut-on en conclure ?
3. Soit  $(V_n)$  la suite définie par  $V_n = U_n - 15$
4. Montrer que  $(V_n)$  est géométrique. Préciser sa raison, son premier terme.
5. En déduire  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$
6. Déterminer la limite  $L$  de  $U_n$  en  $+\infty$
7. Déterminer par la calcul le premier entier  $n$  pour lequel la différence entre  $U_n$  et  $L$  devient inférieure à  $10^{-5}$
8. Démontrer que  $S_n = U_0 + \dots + U_n = 15n + 33 - \frac{2^{n+2}}{3^{n-1}}$