

Soit \mathcal{P} le plan passant par $A(1;2;3)$ et de vecteur normal $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

1. Établir une équation cartésienne de \mathcal{P}

\vec{n} est normal à \mathcal{P} donc une équation de \mathcal{P} a pour forme $1x + 0y + 2z + d = 0$

c'est à dire $x + 2z + d = 0$

Ce plan passe par A donc $x_A + 2z_A + d = 0$ donc $1 + 6 + d = 0$ donc $d = -7$.

Finalement une équation de \mathcal{P} est $x + 2z - 7 = 0$

2. Montrer que $B(1;0;1) \notin \mathcal{P}$

$x_B + 2z_B - 7 = 1 + 2 - 7 \neq 0$ donc $B(1;0;1) \notin \mathcal{P}$

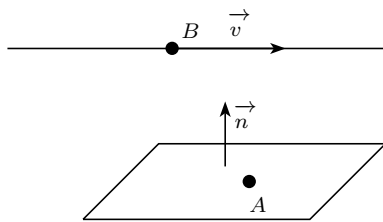
3. Écrire un système d'équations paramétriques définissant la droite (d) passant par B et dirigée

par $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

On a : $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 0 + 1t \\ z = 1 + (-1)t \end{cases}$ donc $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$

4. Montrer que (d) est parallèle à \mathcal{P}

$\vec{u} \cdot \vec{n} = 2 \times 1 + 0 \times 1 + 2 \times 1 = 0$ donc $\vec{u} \perp \vec{n}$ donc (d) est parallèle à \mathcal{P}



5. Écrire un système d'équations paramétriques définissant la droite (d') passant par B et dirigée par \vec{n}

On a : $\begin{cases} x = 1 + 1t \\ y = 0 + 0t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ donc $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

6. Déterminer les coordonnées de l'intersection H de (d') avec \mathcal{P}

On envoie les x , y et z obtenus dans l'équation de \mathcal{P} cela donne : $(1 + t) + 2(1 + 2t) - 7 = 0$
donc $5t - 4 = 0$ donc $t = \frac{4}{5}$

Puis $x = \frac{9}{5}$ et $y = 0$ et $z = \frac{13}{5}$, le point H a pour coordonnées : $(\frac{9}{5}; 0; \frac{13}{5})$

7. Calculer la distance BH

La distance $BH = \sqrt{(\frac{9}{5} - 1)^2 + 0 + (\frac{13}{5} - 1)^2} = \sqrt{\frac{16}{25} + \frac{64}{25}} = \frac{\sqrt{80}}{5} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$

8. Démontrer que ABH est un triangle rectangle.

$[AH]$ est dans le plan \mathcal{P} et $[BH]$ est dirigé par \vec{n} donc orthogonal à \mathcal{P} donc ABH est un triangle rectangle H