Partie A

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $\mathrm{I} =]0\ ;\ +\infty[$ par : $g(x) = x^2 - 2\ln x$

1. Étudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variations.
   (On ne demande pas de calculer les limites aux bornes de I.)
2. En déduire que pour tout nombre réel x strictement positif : $g(x) > 0$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur l'intervalle I par : $f(x) = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{2} + \dfrac{1 + \ln x}{x}$

On note $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{i},\ \vec{j}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

1. (a) Étudier la limite de f en 0 et en déduire l'existence d'une asymptote à la courbe $(\mathcal{C})$.
   (b) En remarquant que $f(x)$ peut s'écrire : $f(x) = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{2} + \dfrac{1}{x} + \dfrac{\ln x}{x}$ étudier la limite de f en $+\infty$.
2. (a) Montrer que pour tout nombre réel x de l'intervalle I, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{2x^2}$.
   (b) Déduire de la Partie A le signe de $f'(x)$, puis le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle I.
   (c) Dresser le tableau de variations de f.
3. Soit (D) la droite d'équation : $y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{2}$. Montrer que la droite (D) est asymptote à la courbe $(\mathcal{C})$.
   Dessiner la droite (D) et la courbe $(\mathcal{C})$ à l'aide d'un grapheur (ex : geogebra).