

Un laboratoire propose un test de dépistage d'une nouvelle maladie, il revendique que :

- la probabilité qu'une personne malade présente un test positif est 0,99 ;
- la probabilité qu'une personne saine présente un test positif est 0,001.

1. Une étude statistique affirme que 0,1 % de personnes sont malades dans une zone. On choisit au hasard une personne dans cette population et on lui fait subir le test.

On note M l'évènement " la personne choisie est malade" et T l'évènement " le test est positif".

- (a) Traduire l'énoncé sous la forme d'un arbre pondéré.
- (b) Démontrer que la probabilité $p(T)$ de l'évènement T est égale à $1,989 \times 10^{-3}$.
- (c) L'affirmation "Si le test est positif, il y a moins d'une chance sur deux que la personne soit malade" est-elle vraie ou fausse ? Justifier la réponse.

2. Le laboratoire décide de commercialiser un test dès lors que la probabilité qu'une personne testée positivement soit malade est supérieure ou égale à 0,95. On désigne par x la proportion de personnes atteintes d'une certaine maladie dans la population.

(a) En notant x , la probabilité qu'une personne soit malade, que devient l'arbre ?

(b) Montrer que $P_T(M) = \frac{0,99x}{0,001 + 0,989x}$

(c) Résoudre $P_T(M) \geq 0,95$ A partir de quelle valeur de x le laboratoire commercialise-t-il le test correspondant ?