1. Soient (d) et (d') deux droites de représentations paramétriques
$\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 4t \\ z = 1 - 6t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ et $\begin{cases} x = 15 + k \\ y = 8 - k \\ z = -6 + 2k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$
Démontrer que ces droites sont sécantes en un point dont on donnera les coordonnées.
Leurs vecteurs directeurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}4\\4\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$ ne sont pas colinéaires car les composantes de l'un ne sont pas proportionnelles au composantes de l'autre, donc les droites ne sont pas parallèles. Pour savoir si elles se coupent, on recherche les points qui vérifient simultanément les deux systèmes d'équations.
On résout le système $\begin{cases} 1+4t = 15+k \\ 2+4t = 8-k \\ 1-6t = -6+2k \end{cases}$
donc $\begin{cases} 4t-14 = k \\ 2+4t = 8-(4t-14) \\ 1-6t = -6+2(4t-14) \end{cases}$ puis $\begin{cases} k = 4t-14 \\ 8t = 20 \\ 1-6t = -6+8t-28 \end{cases}$
puis $\begin{cases} k = 4t-14 \\ t = \frac{5}{2} \\ -14t = -35 \end{cases}$ donc $\begin{cases} k = 4t-14 \\ t = \frac{5}{2} \\ t = \frac{5}{2} \end{cases}$ et enfin $\begin{cases} k = -4 \\ t = \frac{5}{2} \\ t = \frac{5}{2} \end{cases}$
Ce système a une solution : $k = t - 4$ et $t = \dfrac{5}{2}$
on peut donc calculer les valeurs de x, y et z, on remplace k ou t par sa valeur et on obtient : $x = -11$, $\quad y = 12$ et $z = -14$

2. Soient (d) et (d') deux droites de représentations paramétriques
$\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ et $\begin{cases} x = 2k \\ y = 3 + k \\ z = -2 + 3k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$
Démontrer que ces droites sont non coplanaires.
Leurs vecteurs directeurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}4\\1\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix}2\\1\\3\end{pmatrix}$ ne sont pas colinéaires car les composantes de l'un ne sont pas proportionnelles au composantes de l'autre, donc les droites ne sont pas parallèles.
Pour savoir si elles se coupent, on résout le système $\begin{cases} 1+4t = 2k \\ -1+t = 3+ k \\ 2-t = -2+3k \end{cases}$

donc $\begin{cases} 2k &= 1+4t \\ -1+t &= 3+k \\ 2-t &= -2+3k \end{cases}$ puis $\begin{cases} k &= \frac{1}{2}+2t \\ 1-t &= 3+\frac{1}{2}+2t \\ 2-t &= -2+\frac{3}{2}+6t \end{cases}$

puis $\begin{cases} k &= \frac{1}{2}+2t \\ -3t &= \frac{5}{2} \\ -7t &= -\frac{5}{2} \end{cases}$ et enfin $\begin{cases} k &= \frac{1}{2}+2t \\ t &= -\frac{5}{6} \\ t &= \frac{5}{14} \end{cases}$

Ce système n'a pas de solution car t ne peut être égal à deux valeurs différentes en même temps. Il n'y a donc pas de point d'intersection, les deux droites ne sont pas coplanaires.