EXERCICES A DISTANCE

exo014

1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x^2 - x + 1 > 0$.

2. On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln(x^2 - x + 1)$ et on note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

   (a) Déterminer les intersections de $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des abscisses.

   (b) En déduire le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

   (c) Calculer $f'(x)$ et en déduire le tableau de variation de f.

   (d) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

   (e) Montrer que $f(\frac{1}{2} + x) = f(\frac{1}{2} - x)$.

   (f) En déduire que les points $M(\frac{1}{2} + x; f(\frac{1}{2} + x))$ et $N(\frac{1}{2} - x; f(\frac{1}{2} - x))$ sont symétriques par rapport à la droite d'équation $x = \frac{1}{2}$. Que peut-on en conclure pour la courbe $\mathcal{C}_f$?

   (g) Montrer que la surface comprise entre l'axe des abscisse et la courbe $\mathcal{C}_f$ pour x compris entre 0 et 1 est inférieure à $\dfrac{1}{3}$.