

On considère la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{-x/2}(5x + 1)$.

1. Calculer les limites de $f(x)$ en $+$ et en $-$ l'infini.
2. Calculer la dérivée $f'(x)$ et établir le tableau des variations de f .
3. Montrer que f admet un maximum dont on donnera la position et la valeur.
4. Démontrer que $f(x) = 3$ admet exactement deux solutions sur $[0; 10]$
5. Déterminer les réels a et b pour que $F(x) = (ax + b)e^{-x/2}$ soit une primitive de f sur \mathbb{R}
6. En déduire la valeur exacte de $\int_0^1 f(x)dx$