

On considère la fonction f définie sur $I =]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{3 \ln(x) - 2}{x}$

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.
2. Montrer que $f'(x) = \frac{5 - 3 \ln(x)}{x^2}$.
3. Établir une équation de la tangente à la courbe représentant f en $x = 1$.
4. Étudier le signe de la dérivée. Construire le tableau de variation de f .
5. Montrer que f admet un maximum relatif. Donner sa valeur et sa position.
6. Montrer que l'équation $f(x) = 0,5$ admet exactement deux solutions sur $[1; 10]$.
7. En écrivant $f(x) = 3 \ln(x) \times \frac{1}{x} - \frac{2}{x}$ déterminer une primitive de f .
8. On admet que $F(x) = \frac{1}{6}(3 \ln x - 2)^2$ est une primitive de f . Calculer $\int_1^2 f(x) dx$.