Une entreprise fabrique des boites de chocolat dont l'étiquette annonce une masse de 250 grammes. Les masses obtenues pour un échantillon de 500 boites prises au hasard sont données dans le tableau suivant :

| Masse (en g) | [235 ; 240[ | [240 ; 245[ | [245 ; 250[ | [250 ; 255[ | [255 ; 260[ |
|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de boites | 33 | 67 | 217 | 132 | 51 |

1. (a) À l'aide de la calculatrice, calculer, en utilisant les milieux des classes, la masse moyenne ainsi que l'écart type a des boites de cet échantillon. On fournira les valeurs arrondies au dixième.

   On obtient : moyenne = 248,5 et écart-type=5,1

   (b) Calculer le pourcentage des boites ayant une masse comprise entre 240 et 255 grammes.

   On obtient $\frac{416}{500} = 0,832$ soit 83,2%

2. On prélève au hasard une boite de l'échantillon. On considère les deux évènements suivants :

   $A$ : « la boite a une masse strictement inférieure à 250 grammes » ;
   $B$ : « la boite a une masse au moins égale à 240 grammes ».

   (a) Calculer $P(A)$ et $P(B)$.

   $P(A) = \dfrac{317}{500} = 0,634$ soit 63,4% et $P(B) = \dfrac{467}{500} = 0,934$ soit 93,4%

   (b) Déterminer $P_B(A)$. Arrondir au millième.

   $P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{p(B)} = \dfrac{284}{500} = 0,568$ soit 56,8%

   (c) Les évènements $A$ et $B$ sont-ils indépendants ?

   $P_B(A) \neq p(B)$ donc $A$ et $B$ ne sont pas indépendants.

   Parmi l'échantillon de 500 boites, on choisit successivement, au hasard et avec remise, 30 boites. On note $X$ la variable aléatoire qui à un tel prélèvement associe le nombre de boites de masse strictement inférieure à 250 grammes.

3. Justifier que $X$ suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

   L'expérience de Bernoulli est "boite de masse strictement inférieure à 250 grammes ou pas", la probabilité du succès est $p = \dfrac{317}{500} = 0,634$.

   On répète $n = 30$ fois cette expérience, de façon indépendante car c'est un tirage avec remise et $X$ compte le nombre de succès donc $X$ suit la loi binomiale de paramètres $n = 30$ et $p = 0,643$

4. (a) Calculer l'espérance mathématique $\mathrm{E}(X)$ de $X$.

   L'espérance d'une loi binomiale de paramètres $n = 30$ et $p = 0,643$ est $E(X) = n \times p \approx 19$ à l'entier le plus proche.

   (b) Interpréter ce résultat par une phrase.

   Sur les 30 boites, il y a aura environ 19 boites dont la masse sera trop faible pour être étiquetée "masse de 250 grammes"