Une entreprise fabrique des pièces. Ces pièces sont considérées comme conformes si leur longueur est comprise entre $79,8$ mm et $80,2$ mm.

1. On note L la variable aléatoire qui, à chaque pièce fabriquée, associe sa longueur en mm. On admet que la variable L suit une loi normale de moyenne 80 et d'écart type $0,0948$. On prélève une pièce au hasard dans la production. Déterminer la probabilité que cette pièce soit conforme.

   On calcule $P(79,8 < L < 80,2)$ avec la calculatrice, on obtient : 98,3%

2. On admet que si on prélève, au hasard, une pièce dans la production, la probabilité que cette pièce ne soit pas conforme, est $p = 0,035$.

   (a) On note X, la variable aléatoire représentant le nombre de pièces défectueuses dans un lot de 100 pièces. Les pièces sont prélevées au hasard et le tirage est assimilé à un tirage avec remise. Justifier que X suit une loi binomiale et donner ses paramètres.

   On répète $n = 100$ fois l'épreuve de Bernoulli "défectueuse ou pas", dont le succès est $p = 0,035$, de façon indépendante car le tirage est assimilé à un tirage avec remise, la variable X qui compte le nombre de succès suit alors la loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,035$

   (b) Compléter le tableau ci-dessous avec les probabilités des évènements « $X = k$ » pour k variant de 0 à 9, à 10^{-4} près.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P(X = k)$	0,0283	0,1028	0,1846	0,2188	0,1924	0,134	0,0769	0,0374	0,0158	0,005

   On considère les évènements :

   A : « le nombre de pièces défectueuses du lot est égal à 2 » ;

   B : « le nombre de pièces défectueuses du lot est au moins égal à 2 ».

   Calculer $P(A)$ au dix millième près, puis $P(B)$ au millième près.

   On lit $P(A) = P(X = 2) \approx 0,1846$

   et on calcule $P(B) = P(X \geqslant 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P(X \leqslant 1) \approx 0,8678$

   (c) Un lot de 100 pièces est envoyé à un client, le lot est accepté s'il contient au plus 4 pièces défectueuses. Déterminer au millième près, la probabilité que le client refuse ce lot.

   La calculatrice donne $P(X \leqslant 4) \approx 0,727$ donc le lot a 27,3% de chance d'être refusé.

   (d) Déterminer la plus petite valeur entière n telle que : $P(X > n) < 0,03$

   On a : $P(X > n) < 0,03$ ssi $1 - P(X \leqslant n) < 0,03$ donc $P(X \leqslant n) < 0,97$

   avec 'Bcd' et 'list' la calculatrice nous donne $n = 7$