

Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

1. $f(x) = 2x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 6x - 4$ $F(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{6}x^3 + 3x^2 - 4x + cste$

2. $f(x) = 5e^{2x}$ $F(x) = \frac{5}{2} \times e^{2x} + cste$

3. $f(x) = \frac{2}{5x+1}$ $F(x) = \frac{2}{5} \times \ln|5x+1| + cste$

4. $f(x) = \frac{2}{(5x+1)^2}$ $F(x) = -\frac{2}{5} \times \frac{1}{5x+1} + cste$

5. $f(x) = \frac{4}{\sqrt{6x+7}}$ $F(x) = \frac{4}{3} \times \sqrt{6x+7} + cste$

6. $f(x) = \sqrt{x}$ $F(x) = x^{\frac{3}{2}} + cste$ en effet $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$

7. $f(x) = \frac{2x+3}{x+5}$ $f(x) = \frac{2x+10-7}{x+5} = 2 - \frac{7}{x+5}$ donc $F(x) = 2x - 7 \ln|x+5| + cste$

8. $f(x) = \cos(x)^3 \sin(x)$ $F(x) = -\frac{1}{4} \times \cos^4(x) + cste$

9. $f(x) = \cos(x)^4$

Seul cas vraiment délicat mais qu'il faut apprendre :)

On a : $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ et $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \cos(2\theta)$

donc par somme $2 \cos^2 \theta = 1 + \cos(2\theta)$

$$\text{donc } \cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$$

$$\text{donc } f(x) = \cos^4 x = \frac{1 + \cos^2(2x) + 2 \cos(2x)}{4}$$

$$\text{donc } \cos^4 x = \frac{1 + \left(\frac{1 + \cos(4x)}{2}\right) + 2 \cos(2x)}{4}$$

$$\text{donc } \cos^4 x = \frac{2 + 1 + \cos(4x) + 4 \cos(2x)}{8}$$

$$\text{donc } \cos^4 x = \frac{3}{8} + \frac{1}{8} \cos(4x) + \frac{1}{2} \cos(2x)$$

$$\text{On peut alors intégrer } F(x) = \frac{3}{8}x + \frac{1}{32} \sin(4x) + \frac{1}{4} \sin(2x) + cste$$